

Entwurf

Mathematische Grundlagen und Arbeitsverfahren für die
Kollisionsmechanik im forensischen Bereich

von

Diplom-Ingenieur Karl-Heinz Schimmelpfennig

Vorwort

<u>Inhalt</u>	<u>Seite</u>
1 Häufig verwendete Abkürzungen und Formelzeichen	5
2 Einleitung	6
3 Bisherige Arbeiten zur Kollisionsmechanik	8
...	
4 Allgemeine ebene Kollisionsmechanik	9
4.1 Erhaltungssätze	9
4.1.1 Impulserhaltung	10
4.1.2 Drehimpulserhaltung	11
4.1.3 Energieerhaltung	13
4.2 Körper unter Krafteinwirkung	14
4.2.1 Impulsänderung	14
4.2.2 Drehimpulsänderung	14
4.3 Mathematische Hilfsmittel zur Beschreibung ebener exzentrischer Kollisionen. -Reduzierte Masse, Kontaktpunktgeschwindigkeit-	17
4.4 Stoßbeschreibung durch den Stoßkoeffizienten	20
5 Die Fahrzeug-/Fahrzeug-Kollision	23
5.1 Stoßdauer	23
5.2 Stoßkoeffizient	26

<u>Inhalt</u>	<u>Seite</u>	
6	Verfahren der Kollisionsmechanik	28
6.1	Der gerade zentrische Stoß	30
6.1.1	Fall 1: Beide Fahrzeuge in Bewegung	30
6.1.2	Fall 2: Ein Fahrzeug steht	38
6.2	Der gerade exzentrische Stoß	45
6.3	Der ebene Stoß	49
6.3.1	Darstellung des Stoßimpulses	50
6.3.1.1	Impuls-Spiegel-Verfahren	50
6.3.1.2	Stoßimpulsbegrenzung	54
6.3.1.3	Drehimpuls-Spiegel-Verfahren	55
6.3.1.4	Drall-Spiegel-Verfahren	56
6.3.1.5	Energie-Doppelring-Verfahren	58
6.3.1.6	Energie-Ring-Verfahren	60
6.3.1.7	Verknüpfung der Verfahren	61
6.3.2	Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten	65
6.3.2.1	Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit durch Analyse der Auslaufbewegung	65
6.3.2.2	Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten über eine Kontrollgleichung	67
7	Aufbereitung der Grunddaten	70
7.1	Daten zur Kollisionsphase	71
7.2	Einlaufphase	74
7.3	Auslaufphase	75
7.4	Fahrzeugdaten	75
8	Zusammenfassung	76
9	Literatur	76

1 Häufig verwendete Abkürzungen und Formelzeichen

2 Einleitung

Eines der schwierigsten Probleme in der Verkehrsunfallrekonstruktion ist die Rückrechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten von Fahrzeugen. Die Veröffentlichungen zu diesem Problem setzten bisher hauptsächlich bei der Fragestellung an, ob die Erhaltungssätze auf Fahrzeugkollisionen angewendet werden können (Lit.).

Durch die zahlreichen Untersuchungen der letzten Jahre kann diese Frage zwischenzeitlich mit "Ja" beantwortet werden (Lit.).

Auf dem theoretischen Sektor der Kollisionsmechanik stellt sich jetzt die Frage, wie die Erhaltungssätze für eine einfache praktische Anwendung aufbereitet werden können.

Die Analyse der Arbeiten zur Kollisionsmechanik hat deutlich gemacht, daß in der Regel an einem Grundgedanken angesetzt und daraus ein Verfahren abgeleitet wird.

Es fehlt eine systematische Zusammenstellung aller Möglichkeiten, die in den Erhaltungssätzen und deren Kombination verborgen sind.

Die Aufstellung einer solchen Systematik ist das Ziel dieser Arbeit; in ihr sollen sowohl der eindimensionale als auch der zweidimensionale Stoß berücksichtigt werden.

Die theoretischen Grundlagen bauen auf den Gesetzmäßigkeiten der ebenen Mechanik auf. Sie verknüpfen die Bewegungsgrößen der Körper vor und nach der Kollision.

Aus der Systematik entstand die Forderung, das Wissen über den konkreten Stoßablauf neben der Aufbereitung der Erhaltungssätze in die Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten einfließen zu lassen.

Aufbauend auf der Vorgehensweise von SLIBAR (Lit.) werden in dieser Arbeit die Kollisionsgeschwindigkeiten vor allem durch grafische Methoden bestimmt.

Die in dieser Arbeit entwickelten Verfahren können aber ebenso für eine numerische Auswertung mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen benutzt werden. Für die Praxis der forensischen Verkehrsunfallrekonstruktion ist der Einsatz von elektronischen Rechnern jedoch sehr problembeladen und daher nicht zu empfehlen (Lit.).

3 Bisherige Arbeiten zur Kollisionsmechanik

4 Allgemeine ebene Kollisionsmechanik

Stoßen Körper aufeinander, dann verändern sich

- die Geschwindigkeiten,
- die Winkelgeschwindigkeiten und
- die innere Energie des Gesamtsystems.

Für abgeschlossene Systeme können diese Zustandsänderungen durch die Erhaltungssätze der klassischen Mechanik beschrieben werden (Lit). Zu den Erhaltungssätzen gehören:

- der Impulserhaltungssatz,
- der Drehimpulserhaltungssatz und
- der Energieerhaltungssatz.

Sie setzen die Bewegungszustände der Körper vor und nach der Kollision in Beziehung. Dabei bleiben aber detaillierte Kenntnisse über den Kollisionsablauf wie Stoßkräfte, Stoßdauer, Angriffspunkt der Kräfte und das elastische Verhalten der Körper unberücksichtigt.

Neben der Beschreibung des Stoßes durch die Erhaltungssätze gelten die Gesetzmäßigkeiten für die Bewegung eines Körpers unter Krafteinwirkung (Einzelkörperbetrachtung).

Wird die allgemeine Beschreibung auf einen Stoß zweier Körper beschränkt, dann kann zusätzlich ein Stoßkoeffizient definiert werden.

4.1 Erhaltungssätze

Da eine grafische Darstellung der Erhaltungssätze angestrebt wird, muß zunächst eine Größe gesucht werden, die allen Erhaltungssätzen gemeinsam ist: das ist der Stoßimpuls.

Daneben sollen folgenden Annahmen gelten:

- Die Körper sind verformbar, aber vor und nach der Kollision starr.

- Die Körper bewegen sich in einer Ebene; sie weisen drei Freiheitsgrade auf:
 - Freiheitsgrad 1 und 2: Translationen in beide Richtungen der Ebene
 - Freiheitsgrad 3: Rotation um eine Achse, die senkrecht auf der Bewegungsebene steht.
- Die Kräfte zwischen den Körpern wirken nur während der Berührung (Kollision).

4.1.1 Impulserhaltung

Für die Impulserhaltung gilt die Gleichung:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \quad (1)$$

Bleibt der Gesamtimpuls erhalten, dann muß folgerichtig die Impulsänderung jedes einzelnen Körpers gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet sein.

Da die Impulsänderung während eines Stoßes vor sich geht, bezeichnen wir sie im weiteren als 'Stoßimpuls'; SLIBAR spricht vom 'Stoßantrieb' (Lit).

Der Stoßimpuls wird berechnet durch die Gleichung (2) und (3):

$$\vec{S} = m_1 (\vec{v}'_1 - \vec{v}_1) \quad (2)$$

$$\vec{S} = - m_2 (\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) \quad (3)$$

Die Gleichungen (2) und (3) können auch in Komponentenschreibweise notiert werden. Es wird ein kartesisches (i,j) Koordinatensystem gewählt, dessen i-Achse mit der Richtung des Stoßimpulses zusammenfällt. Es gilt:

$$S = m_1 (v_{1i}' - v_{1i}) \quad (4a)$$

$$S = -m_2(v_{2i}' - v_{2i}) \quad (4b)$$

$$0 = m_1(v_{1j}' - v_{1j}) \quad (5a)$$

$$0 = m_2(v_{2j}' - v_{2j}) \quad (5b)$$

Die Schreibweise im (i,j)-Koordinatensystem wird gewählt, da später die 'reduzierten Massen' eingeführt werden sollen.

Häufig wird die Ansicht vertreten, daß die Erhaltungssätze nur für infinitesimal kurze Kontaktzeiten gültig sind (Lit.).

Diese Forderung ist jedoch nicht zwingend, wenn die Erhaltungssätze angewendet werden.

Die Erhaltungssätze gelten nämlich in einem abgeschlossenen System, d.h. die Kräfte dürfen nur zwischen den Körpern im System wirken.

Die Dauer der Kraftwirkung wird dadurch aber nicht eingeschränkt.

Wendet man die Erhaltungssätze auf eine Fahrzeug-/Fahrzeug-Kollision an, dann muß man beachten, daß nicht nur innere Kräfte (Stoßkräfte), sondern auch äußere Kräfte wirken. Unter den äußeren Kräften verstehen wir 'Reifen- und Luftkräfte'.

Um deren Einfluß so klein wie möglich zu halten, wird die Stoßdauer infinitesimal klein angenommen. Bei realen Unfällen ist die Stoßdauer auch wirklich so kurz, daß die äußeren Kräfte für die Zeit der Stoßdauer vernachlässigt werden können.

4.1.2 Drehimpulserhaltung

In einem abgeschlossenen System bleibt der Drehimpuls erhalten. Zur Definition des Drehimpulses wird ein feste Bezugspunkt in der Ebene benötigt, den man aber beliebig wählen kann.

Für eine einfache mathematische Darstellung legt man diesen Punkt in den Scheitelpunkt der Bewegungsbahn **eines Körpers** (Bild 1).

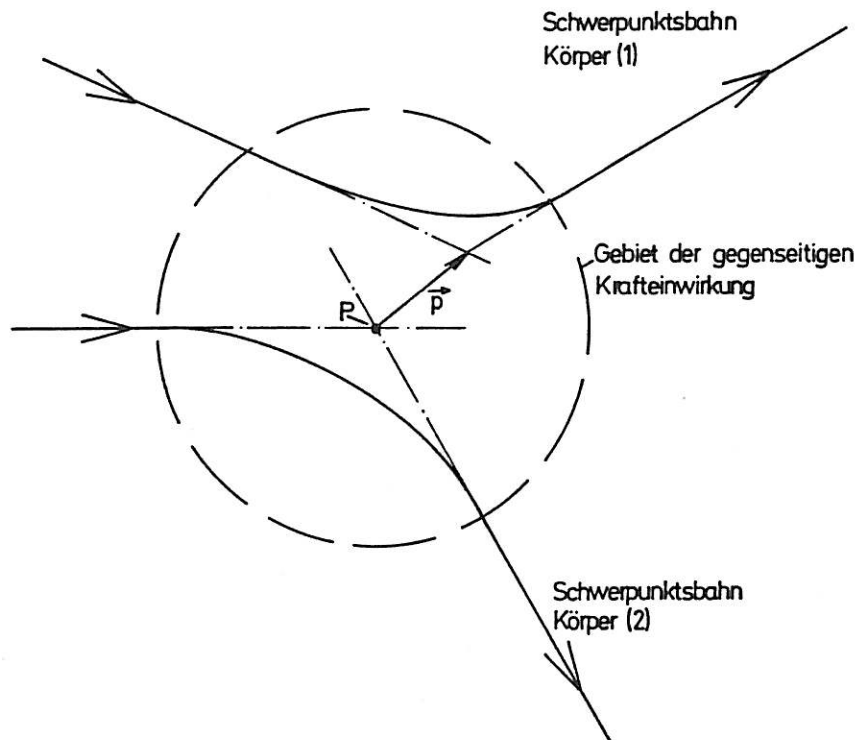


Bild 1: Definition des Bezugspunkts P und des Vektor \vec{p}

Es gilt:

$$m_1 (\vec{p} \times \vec{v}_1) + \theta_1 \omega_1 + \theta_2 \omega_2 = m_1 (\vec{p} \times \vec{v}_1') + \theta_1 \omega_1' + \theta_2 \omega_2' \quad (6)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω wird je nach Drehrichtung des Körpers positiv oder negativ gezählt (positiv: Drehung gegen den Uhrzeigersinn; negativ: Drehung im Uhrzeigersinn).

Formt man Gleichung (6) um, so erhält man:

$$-\vec{p} \times m_1 (\vec{v}_1' - \vec{v}_1) = \theta_1 (\vec{\omega}_1' - \vec{\omega}_1) + \theta_2 (\vec{\omega}_2' - \vec{\omega}_2) \quad (7)$$

Aus Gleichung (2) folgt:

$$-\vec{p} \times \vec{S} = \theta_1 (\vec{\omega}_1' - \vec{\omega}_1) + \theta_2 (\vec{\omega}_2' - \vec{\omega}_2) \quad (8)$$

Oder in Komponentenschreibweise ausgedrückt:

$$S = + \frac{\theta_1 (\omega_1' - \omega_1) + \theta_2 (\omega_2' - \omega_2)}{p_j} \quad (9)$$

Da sich die Körper während der Kollision verformen, ändert sich deren Massenträgheitsmoment.

In der Regel kollidieren die Fahrzeuge ohne Winkelgeschwindigkeit. In diesen Fällen ist dann in den Gleichungen (6) - (9) das Trägheitsmoment des verformten Fahrzeugs einzusetzen.

4.1.3 Energieerhaltung

Für die Energieerhaltung gilt:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \theta_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} \theta_2 \omega_2^2 \\ & = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} \theta_1 \omega_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + \frac{1}{2} \theta_2 \omega_2'^2 + \Delta E \quad (10) \end{aligned}$$

Werden Gleichung (2) und (3) nach v_1 oder v_2 aufgelöst und setzt man diese in Gleichung (10) ein, dann erhält man eine Bestimmungsgleichung für den Stoßimpuls:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{S}^2}{m^*} - 2S(\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2) &= 2\Delta E + \theta_1(\omega_1'^2 - \omega_1^2) \\ &+ \theta_2(\omega_2'^2 - \omega_2^2) \quad (11) \end{aligned}$$

$$\text{mit } \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

In Komponentenschreibweise liest sich (11) so:

$$\begin{aligned} \frac{S^2}{m^*} - 2S(v'_{1i} - v'_{2i}) &= 2\Delta E + \theta_1(\omega_1'^2 - \omega_1^2) \\ &+ \theta_2(\omega_2'^2 - \omega_2^2) \quad (12) \end{aligned}$$

4.2 Körper unter Krafteinwirkung

4.2.1 Impulsänderung

Wirkt auf einen Körper eine Kraft, dann ändert sich dessen Geschwindigkeit gemäß dem 2. Newtonschen Axiom.

Wenn die Masse konstant bleibt, gilt:

$$\int_A^B \vec{F}(t) dt = m\vec{v}_B - m\vec{v}_A \quad (13)$$

Diese Gleichung gilt sowohl für den Körper 1 als auch für Körper 2. Die Kräfte sind nach dem 3. Newtonschen Axiom gleich groß aber entgegengerichtet.

Zum Zeitpunkt A beginnt der Stoß, bei B ist er beendet. Der Vergleich von Gleichung (13) mit den Gleichungen (2) oder (3) bestimmt Gleichung (14):

$$\vec{S} = \int_A^B \vec{F}(t) dt \quad (14)$$

4.2.2 Drehimpulsänderung

Bezogen auf den Bezugspunkt P (Bild 1) ändert sich die Winkelgeschwindigkeit nach Gleichung (15):

$$\theta \frac{d\omega}{dt} = \vec{r}(t) \times \vec{F}(t) \quad (15)$$

Dabei ist $\vec{r}(t)$ der Ortsvektor des Kraftangriffspunkts.

Durch Integration folgt:

$$\Theta(\omega_B - \omega_A) = \int_A^B \vec{r}(t) \times \vec{F}(t) dt \quad (16)$$

Wenn die Kraft nur eine kurze Zeit wirkt, dann ist $\vec{r}(t)$ konstant und es gilt:

$$\Theta(\omega_B - \omega_A) = \vec{r} \times \int_A^B \vec{F}(t) dt \quad (17)$$

Angewandt auf beide Körper und unter Berücksichtigung von Gleichung (14) erhält man:

$$\Theta_1(\omega_1' - \omega_1) = \vec{r}_1 \times \vec{S} \quad (18a)$$

$$\Theta_2(\omega_2' - \omega_2) = -\vec{r}_2 \times \vec{S} \quad (18b)$$

Durch Addition der Gleichungen (18a) und (18b) und anschließendem Vergleich mit Gleichung (8) errechnet sich:

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{p}$$

Oder in Komponentenschreibweise:

$$S = - \frac{\Theta_1(\omega_1' - \omega_1)}{r_{1j}} \quad (19a)$$

$$S = + \frac{\Theta_2(\omega_2' - \omega_2)}{r_{2j}} \quad (19b)$$

Bild 2 soll die Gleichungen (19a) und (19b) veranschaulichen.

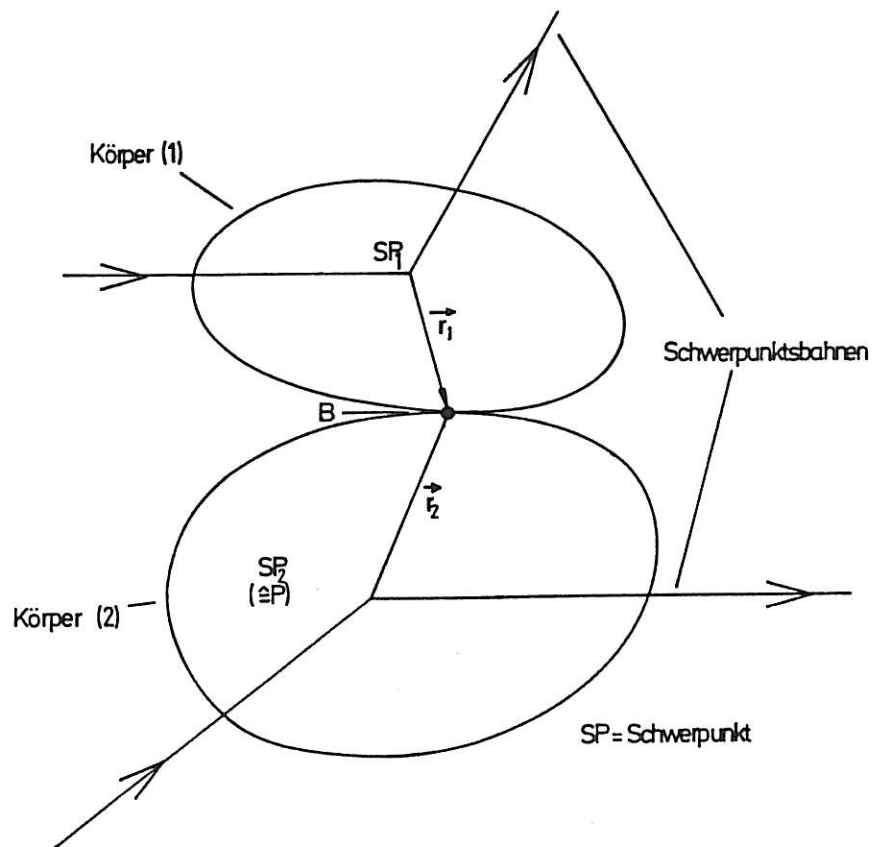


Bild 2: Der kurzzeitige Stoß: Kontaktpunkt B

Bei sehr kurzen Stößen lassen sich die Vektoren r_1 und r_2 unmittelbar angeben: Sie verbinden die Schwerpunkte mit dem Kontaktpunkt B (Bild 2). Aber der zeitlich ausgedehnte Stoß läßt sich in entsprechender Weise beschreiben. Es muß zunächst ein idealisierter Kontaktpunkt ermittelt werden. Das ist nicht immer leicht, vor allem wenn ausgedehnte Kontaktzonen vorliegen.

Die Gleichungen (19a) und (19b) sind in der Literatur auch als Drallsatz bekannt.

4.3 Mathematische Hilfsmittel zur Beschreibung ebener exzentrischer Kollisionen.

- Reduzierte Masse, Kontaktpunktgeschwindigkeit -

Die bisher vorgestellten Gleichungen lassen sich mit Hilfe der 'reduzierten Masse' übersichtlicher darstellen. PLANKENSTEINER hat dieses Rechenkalkül bereits eingeführt.

Wenn man die Gesetze mit Hilfe der 'reduzierten Masse' umformuliert, erreicht man, daß die Gleichungen klar strukturiert werden. Außerdem tritt eine Parallelität zwischen den eindimensionalen zentrischen und den ebenen exzentrischen Stößen zutage.

Durch Kombination von Gleichung (4a) oder (19a) oder von Gleichung (4b) und (19b) erhält man:

$$S = m_1 \frac{i_1^2}{i_1^2 + r_{1j}^2} \left[(v_{1i}' - r_{1j}\omega_1') - (v_{1i} - r_{1i}\omega_1) \right] \quad (20a)$$

und

$$S = -m_2 \frac{i_2^2}{i_2^2 + r_{2j}^2} \left[(v_{2i}' - r_{2j}\omega_2') - (v_{2i} - r_{2j}) \right] \quad (20b)$$

Außerdem kann Gleichung (12) mit den Gleichungen (19a) und (19b) kombiniert werden. Daraus errechnet sich:

$$\frac{S^2}{m^*} - 2S \left[(v_{1i}' - r_{1j}\omega_1') - (v_{2i}' - r_{2j}\omega_2') \right] = 2\Delta E \quad (21)$$

$$\text{mit } \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1 \frac{i_1^2}{i_1^2 + r_{1j}^2}} + \frac{1}{m_2 \frac{i_2^2}{i_2^2 + r_{2j}^2}}$$

Nun werden folgende Terme zu den 'reduzierten Massen' zusammengefaßt:

$$m_1 \frac{i_1^2}{i_1^2 + r_{1j}^2} = \overline{m}_1 \quad (22a)$$

$$m_2 \frac{i_2^2}{i_2^2 + r_{2j}^2} = \overline{m}_2 \quad (22b)$$

Ferner wird mit den Gleichungen (23a) und (23b) die Kontaktpunktgeschwindigkeit definiert:

$$v_{1i} - r_{1j}\omega_1 = w_{1i} \quad (23a)$$

$$v_{2i} - r_{2j}\omega_2 = w_{2i} \quad (23b)$$

w_{1i} und w_{2i} sind die Komponenten der Kontaktpunktgeschwindigkeiten in Richtung des Stoßimpulses (i-Richtung).

In Bild 3 wird die Berechnung der Kontaktpunktgeschwindigkeiten veranschaulicht.

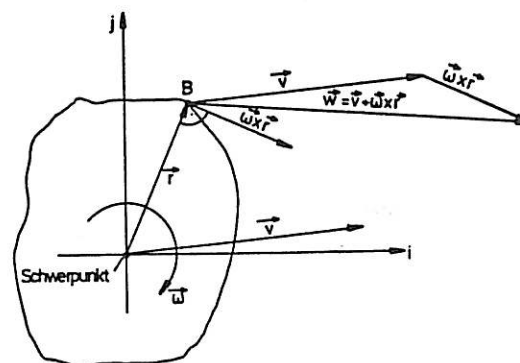


Bild 3: Darstellung der Kontaktpunktgeschwindigkeit \vec{w}

Für den geraden zentrischen Stoß (Bewegung in oder gegen x-Richtung) folgt aus den Gleichungen (4a), (4b) und (12):

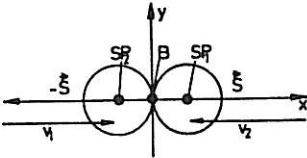
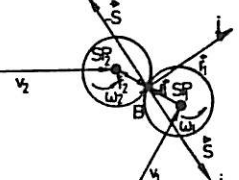
$$S = m_1 (v_{1x}' - v_{1x}) \quad (24a)$$

$$S = - m_2 (v_{2x}' - v_{2x}) \quad (24b)$$

$$\frac{S^2}{m^*} - 2S(v_{1x}' - v_{2x}') = 2\Delta E \quad (25)$$

Vergleicht man die Gleichungen (20a) - (21) mit den Gleichungen (24a) - (25), dann zeigt sich, daß lediglich die Massen durch die 'reduzierten Massen' ersetzt wurden, ebenso die Schwerpunkts- geschwindigkeiten durch die Komponenten der Kontaktpunkt- geschwindigkeiten in Stoßrichtung.

Durch diese Regeln vereinfacht sich die mathematische Behandlung des ebenen exzentrischen Stoßes. Alle Regeln, die für den geraden zentrischen Stoß gelten, lassen sich in der selben Form auch auf den ebenen exzentrischen Stoß anwenden. Dieses Prinzip wird im folgenden als "Dualitätsprinzip" bezeichnet (siehe Tabelle 1).

der gerade, zentrische Stoß		der ebene, exzentrische Stoß
	<p>Dualitätsprinzip</p> <p>Ersetze:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die Schwerpunkts- geschwindigkeit durch die Kontaktpunktsgeschwindigkeit $v_x \hat{=} w_i$ <p>und</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die Massen durch die reduzierten Massen $m \hat{=} \bar{m}$	
<p>Es gilt:</p> $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{1x}' + m_2 v_{2x}'$ $\frac{1}{2} m_1 v_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2x}^2 =$ $\Delta E + \frac{1}{2} m_1 v_{1x}'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2x}'^2$		<p>dann folgt:</p> $\bar{m}_1 w_{1i} + \bar{m}_2 w_{2i} = \bar{m}_1 w_{1i}' + \bar{m}_2 w_{2i}'$ $\frac{1}{2} \bar{m}_1 w_{2i}^2 + \frac{1}{2} \bar{m}_1 w_{1i}^2 =$ $\Delta E + \frac{1}{2} \bar{m}_1 w_{1i}'^2 + \frac{1}{2} \bar{m}_2 w_{2i}'^2$
<p>Die Verknüpfung gilt für alle Formeln, die aus den Erhaltungssätzen abgeleitet werden</p>		
<p>Tabelle 1: Das Dualitätsprinzip</p>		

4.4 Stoßbeschreibung durch den Stoßkoeffizienten

Die bisher vorgestellten Rechenverfahren reichen zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten aus. Voraussetzung ist allerdings, daß das Bewegungsverhalten der Kollisionspartner nach der Kollision bekannt ist oder die Änderung der kinetischen Energie.

Die Verfahren sind aber nicht dafür geeignet, um bei gegebenen Kollisionsgeschwindigkeiten das Bewegungsverhalten der Fahrzeuge nach der Kollision mathematisch zu beschreiben.

Das ist auch ohne weiteres einleuchtend, denn bei gegebenen Kollisionsgeschwindigkeiten hängt das Bewegungsverhalten der Kollisionspartner nach der Kollision auch ab von ihrer Form, Art und Struktur.

Um diese zusätzlichen Parameter zu erfassen, muß eine weitere Gleichung herangezogen werden. Diese Gleichung ist auf der Basis der Materialcharakteristik zu formulieren und stellt ein weiteres Bindeglied in der Beschreibung des Bewegungszustands der Körper vor und nach der Kollision dar.

Newton führte den Stoßkoeffizienten ein. Er ist für den geraden zentrischen Stoß definiert als:

$$k = - \frac{v_{1x}' - v_{2x}'}{v_{1x} - v_{2x}} \quad (26)$$

Nach dem Dualitätsprinzip gilt dann entsprechend für den ebenen exzentrischen Stoß:

$$k = - \frac{w_{1i}' - w_{2i}'}{w_{1i} - w_{2i}} \quad (27)$$

Folgende Bereiche lassen sich unterscheiden:

$k = 1$	elastischer Stoß
$k \neq 0$	teilelastischer Stoß
$k = 0$	plastischer Stoß
$k \neq 0$	streifender Stoß
$k = -1$	"kein" Stoß

Werden Impuls- und Energieänderung über den Stoßkoeffizienten aufgetragen, dann erhält man folgendes Diagramm (Bild 4):

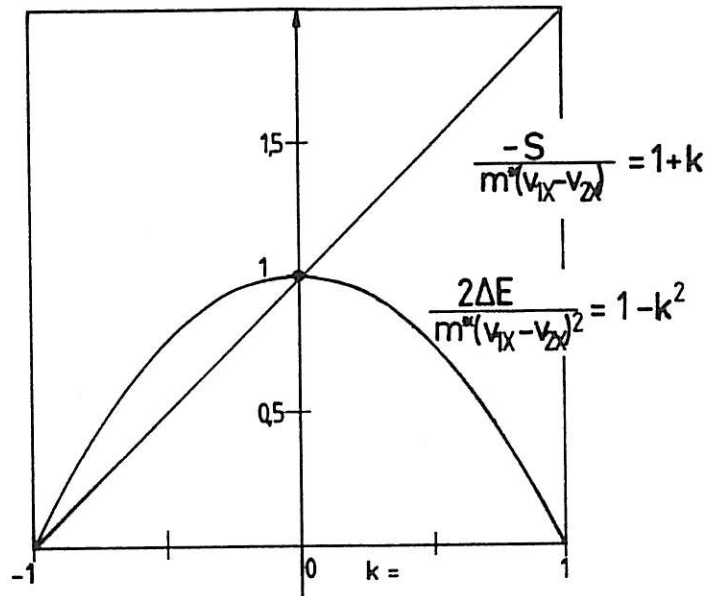


Bild 4: Stoßimpuls und Änderung der kinetischen Energie in Abhängigkeit von Stoßkoeffizienten.

Dem Diagramm ist zu entnehmen, daß bei einem Stoßkoeffizienten von $k = -1$ keine Impulsänderung und damit auch keine Änderung der kinetischen Energie erfolgt. Bei einem Stoßkoeffizienten von $k = 0$ ist die Änderung der kinetischen Energie am größten. Die größte Geschwindigkeitsänderung liegt bei $k = +1$ vor. In diesem Fall ist die Energiedifferenz wieder Null; es wird also keine kinetische Energie absorbiert.

Kombiniert man Gleichung (26) mit den Gleichungen (24) und (25) gewinnt man Aufschluß über weitere, wichtige Beziehungen:

$$S = -m \cdot (1 + k) \cdot (v_{1x} - v_{2x}) \quad (28)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \cdot (1 - k^2) \cdot (v_{1x} - v_{2x})^2 \quad (29)$$

Die Gleichungen (28) und (29) können nochmals kombiniert werden. Man erhält eine direkte Abhängigkeit zwischen der Änderung der kinetischen Energie und dem Stoßimpuls:

$$|S| = \sqrt{2m^* \Delta E \frac{1+k}{1-k}} \quad (30)$$

Nach dem Dualitätsprinzip gelten für den ebenen exzentrischen Stoß die Gleichungen (31) bis (33); der Stoßkoeffizient ist durch Gleichung (27) definiert:

$$S = -\bar{m}^*(1+k)(w_{1i} - w_{2i}) \quad (31)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \bar{m}^*(1-k^2)(w_{1i} - w_{2i})^2 \quad (32)$$

$$|S| = \sqrt{2\bar{m}^* \Delta E \frac{1+k}{1-k}} \quad (33)$$

Der Geltungsbereich des Stoßkoeffizienten kann aus Gleichung (29) abgeleitet werden.

Kollidieren zwei Fahrzeuge, wird kinetische Energie umgewandelt. Die Änderung der kinetischen Energie ist positiv, d.h.:

$$(1 - k^2) > 0 \quad (34)$$

Das ist äquivalent mit:

$$-1 < k < +1 \quad (35)$$

5 Die Fahrzeug-/Fahrzeug-Kollision

Die Gleichungen (1) bis (35) beschreiben den Stoß in seiner allgemeinen Form. Es wurde gezeigt, daß der Stoß auch über die Stoßdauer, die Stoßkräfte und den Stoßkoeffizienten beschrieben werden kann. Naturgemäß hängen diese drei Größen vom Aufbau der Körper ab, die am Stoß beteiligt sind.

Für die Fahrzeug-/Fahrzeug-Kollision können durch Auswertung von Versuchen detailliertere Angaben über diese Parameter gemacht werden.

5.1 Stoßdauer

Die Dauer einer Kollision zu kennen ist wichtig für

- die Auswertung des Integrals in Gleichung (14),
- die Analyse der Fahrzeugbewegungen während der Kollisionsphase (Festlegung des idealisierten Kontaktpunktes) und für
- die Abschätzung der Einflüsse der von außen wirkenden Kräfte auf das Endergebnis.

Auch für die Entwicklung von Rückhaltesystemen in Pkws spielt die Stoßdauer eine wichtige Rolle. Während des Stoßes werden die Insassen belastet; die Stoßdauer korrespondiert also mit der Belastungsdauer.

In den Verfahren der Kollisionsmechanik ist die Stoßdauer bisher unberücksichtigt geblieben.

In den meisten Arbeiten wurden die Ergebnisse aus Kollisionsversuchen aber über die Zeit meßtechnisch erfaßt (Lit). Deshalb kann aus ihnen auch abgeleitet werden, welche Abhängigkeiten zwischen der Kollisionsdauer und der Differenzgeschwindigkeit bestehen.

Im Bild 5 sind diese Arbeiten unter dem Gesichtspunkt der Stoßdauer ausgewertet worden.

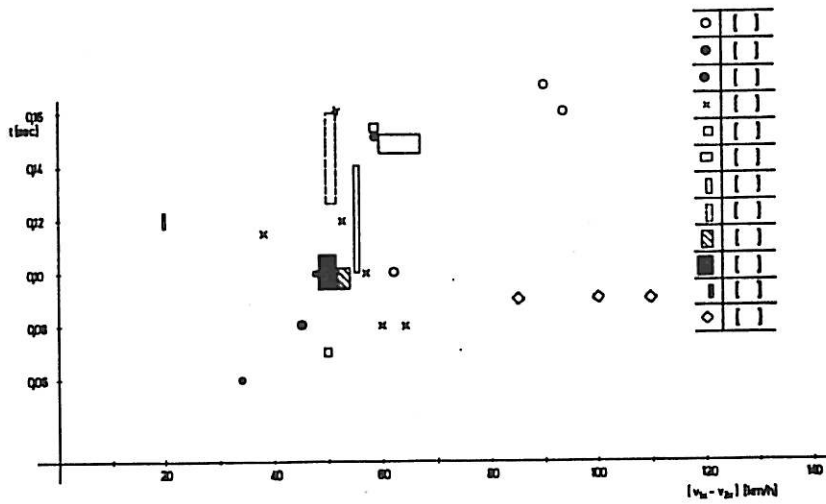
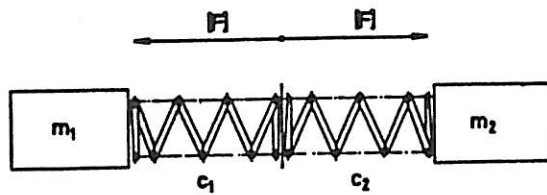


Bild 5: Stoßdauer in Abhängigkeit von der Differenzgeschwindigkeit

Zur Interpretation des Diagramms wird ein einfaches Ersatzmodell herangezogen, das auch RAU verwendet hat (Bild 6.)

Bei der Näherungsrechnung nach diesem relativ groben Ersatzmodell wird die Abhängigkeit der Stoßdauer bis zur maximalen Eindrückung nach Gleichung (36) berechnet:



Federsteifigkeiten c_1, c_2

Bild 6: Ersatzmodell zur Bestimmung der Stoßdauer

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m^*}{c^*}} \quad (36)$$

$$\text{mit } m^* = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$c^* = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$$

Da sich die Steifigkeit der Karosseriestruktur mit der Geschwindigkeit erhöht, kann die Abhängigkeit der Stoßdauer bis zur maximalen Eindrückung als Funktion der relativen Masse, der relativen Steifigkeit und der Differenzgeschwindigkeit tendentiell angegeben werden:

- Je härter die Karosseriestruktur, um so kürzer die Stoßdauer.
- Je höher die Differenzgeschwindigkeit, um so niedriger die Stoßdauer.

Wird unter diesen Gesichtspunkten Bild 5 ausgewertet, erhält man Bild 7.

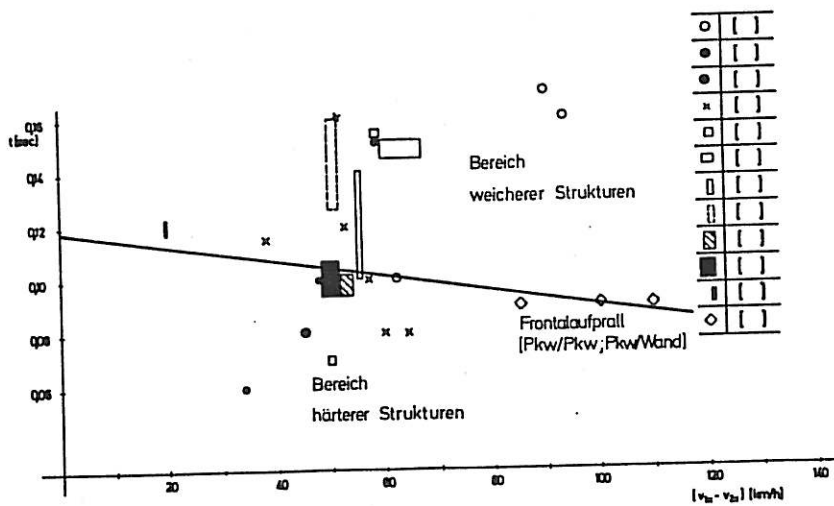


Bild 7: Interpretation von Bild 5; Einfluß der Karosseriesteifigkeiten

5.2 Stoßkoeffizient

EBERHAHN-EBERHORST schreibt:

"Auch für die Beurteilung von Verkehrsunfällen leistet die Stoßzahl k gute Hilfe." (Lit)

Leider hat sich dieser Gedanke von EBERHAHN-EBERHORST bis heute in der Praxis der Kollisionsmechanik nicht durchgesetzt. Auch die auf diesem Gebiet zuletzt erschienene Arbeit geht auf den Stoßkoeffizienten nicht näher ein (Lit). Selbst durch Veröffentlichungen zugängliche Unfallversuche wurden hinsichtlich des Stoßkoeffizienten bis heute so gut wie nicht ausgewertet.

Wenn man den Stoßkoeffizienten nicht außer Acht läßt, verfügt man über eine zusätzliche Kontrollgröße. Außerdem wird bei der Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten ein anderer Wert überflüssig. So könnte man z.B. auf die Stoßausgangsgeschwindigkeit verzichten.

SCHIMMELPFENNIG wertete als erster Unfallversuchen mit Blick auf den Stoßkoeffizienten aus (Lit). Bild 8 zeigt das von ihm veröffentlichte Diagramm zur Abhängigkeit des Stoßkoeffizienten von der Differenzgeschwindigkeit.

Es wurde ein Hyperbelansatz gewählt, um die Abhängigkeit des Stoßkoeffizienten von der Differenzgeschwindigkeit möglichst einfach in das Gleichungssystem der Kollisionsmechanik einfließen lassen zu können (siehe Gleichung 37, Seite 27)

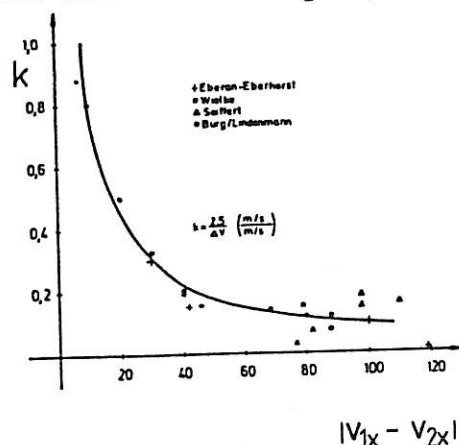


Bild 8:
Der Stoßkoeffizient in
Abhängigkeit von der
Differenzgeschwindigkeit

$$k = \frac{A}{|v_{1x} - v_{2x}|}$$

(37)

Um Gleichung (37) zu erarbeiten, wurden Versuche für den teil-elastischen Bereich ausgewertet.

Versuche zu Streifkollisionen gibt es aber nur sehr wenige. Reale Streifkollisionen werden dagegen in einigen Arbeiten ausgewertet (Lit).

Aus der Arbeit von ZEIDLER zu realen Streifkollisionen können näherungsweise Stoßkoeffizienten berechnet werden.

Trägt man den Stoßkoeffizienten als Funktion der Differenzgeschwindigkeit auf, erhält man in Abhängigkeit von der Überdeckung eine Tendenz, die in Bild 9 dargestellt ist.

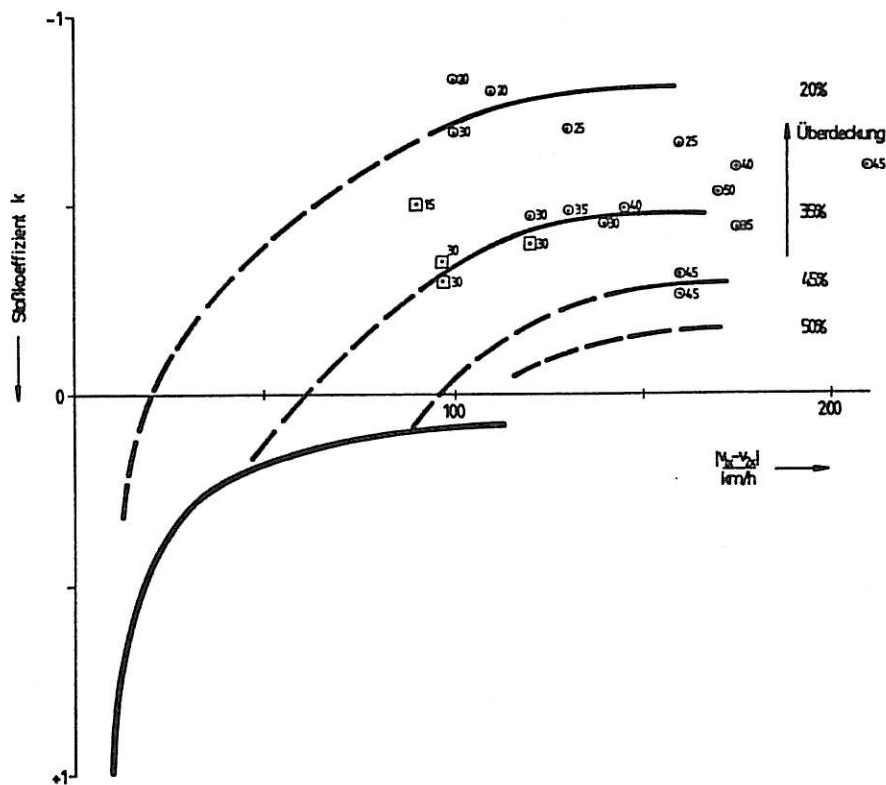


Bild 9: Der Stoßkoeffizient in Abhängigkeit von der Differenzgeschwindigkeit bei geringer Überdeckung (Streifkollision)

Allgemein kann gesagt werden, daß

- bei gleicher Differenzgeschwindigkeit der Stoßkoeffizient mit abnehmender Überdeckung kleiner wird,
- bei wachsender Geschwindigkeit und gleicher Überdeckung der Stoßkoeffizient ebenfalls abnimmt.

Es zeichnet sich weiter ab, daß für eine bestimmte Überdeckung eine Geschwindigkeitsgrenze existiert:

- Unterhalb der Geschwindigkeitsgrenze kommt es zu einer teilelastischen Kollision. Der Stoßkoeffizient bleibt im positiven Bereich.
- Oberhalb der Grenzgeschwindigkeit gleiten die Fahrzeuge während der Kollision aneinander ab.

Die kritische Grenze ist kein physikalischer Parameter, sondern leitet sich aus dem konstruktiven Aufbau der Stoßkörper ab.

6 Verfahren der Kollisionsmechanik

Die praktische Arbeit in der Verkehrsunfallrekonstruktion erfordert die Beantwortung der Frage, wie groß die Beträge der Kollisionsgeschwindigkeiten sind. Die Antwort muß von der Kollisionsmechanik gegeben werden.

Die Anzahl der möglichen Kollisionskonstellationen ist relativ groß; sie reicht von den stark elastischen Kollisionen mit geringen Differenzgeschwindigkeiten bis hin zu den streifenden Kollisionen im Hochgeschwindigkeitsbereich. Wenn man zusätzlich noch die unterschiedlichen Kollisionswinkel in die Betrachtung mit einbezieht, wird deutlich, daß nicht ein einzelner Rechengang der großen Variationsbreite der Kollisionskonstellationen gerecht werden kann.

Hinzu kommt noch, daß die Daten häufig schlecht überliefert sind.

Oft kann der Unfallanalytiker bei der Rekonstruktion nur auf Fragmente zurückgreifen.

Basiert ein Rechengang auf einem bestimmten Eingabesystem, dann dürfte er eigentlich nur zum Tragen kommen, wenn **alle** erforderlichen Daten auch bekannt sind.

Wie aber an den Gleichungen (1) - (35) abgelesen werden kann, ist allein zur Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten das Gleichungssystem überbestimmt.

Man ist daher nicht auf einen bestimmten Datensatz angewiesen, sondern kann durch geschickte Kombination von Fall zu Fall die Gleichungssysteme an die überlieferten Daten anpassen.

Die zu erarbeitenden Berechnungsverfahren müssen die Forderung nach **Flexibilität** erfüllen.

Ob dabei der Weg über eine grafische Darstellung oder über Rechneranwendung gewählt wird, ist eigentlich gleichgültig.

Bisher ist aber kein Rechnerprogramm mit der erforderlichen Flexibilität bekannt.

Außerdem müssen Toleranzen eingearbeitet werden können. Die Mittelwertbildung, die bei der Anwendung der Kollisionsmechanik in der Unfallforschung ausreichend sein kann, genügt in der forensischen Verkehrsunfallrekonstruktion nicht; für die rechtliche Beurteilung sind Maximum und Minimum wichtig und interessant.

Die Anwendung der Unfallanalyse im forensischen Bereich stellt die Verfahren der Kollisionsmechanik unter ein weitere Forderung: **der Nachvollziehbarkeit.**

In dieser Arbeit soll darum u.a. der Versuch unternommen werden, die Nachteile des Rechnereinsatzes (Lit.) durch die Anwendung grafischer Verfahren zu umgehen. Dabei wird angeknüpft an die Arbeitsweise, die von SLIBAR in die Verkehrsunfallrekonstruktion eingeführt wurde (Lit.).

Die große Zahl von Kollisionen kann unter zwei Gruppen subsumiert werden:

- der gerade Stoß und
- der schiefwinklige Stoß.

6.1 Der gerade zentrische Stoß

6.1.1 Fall 1: Beide Fahrzeuge in Bewegung

Für den geraden zentrischen Stoß gelten:

- der Impuls-Erhaltungssatz und
- der Energie-Erhaltungssatz.

Weiterhin kann der Stoßkoeffizient (Gleichung 26) zur Beschreibung des Stoßes herangezogen werden.

Bei der Berechnung von zwei Unbekannten kann auf drei Gleichungen zurückgegriffen werden. Das System ist also flexibel (siehe Tabelle 2). Der Übersichtlichkeit halber ist bei der Tabelle 2, sowie bei den weiteren Tabellen und Gleichungen zum eindimensionalen Stoß auf die Indizierung mit 'x' verzichtet (x steht sonst für die ortsfeste Raumrichtung). Es muß daher beachtet werden, daß die Geschwindigkeiten vorzeichenbehaftet sind. Die Bewegungsrichtung von Fahrzeug 1 vor der Kollision sei positiv.

Bewegungen gegen diese Richtung werden negativ gezählt.

Weiterhin soll $v_1 > v_2$ sein. Das ist stets der Fall, wenn die Bewegungen vor der Kollision entgegengerichtet sind:

$$v_1 > 0; v_2 < 0).$$

Bei einer gleichgerichteten Bewegung erhält das schnellere Fahrzeug den Index 1. (Wenn wir einen Auffahrunfall betrachten, ist dies stets das auffahrende Fahrzeug.)

In den weiter unten vorgestellten Diagrammen haben beide Achsen den gleichen Maßstab.

Anwendungsmöglichkeiten der Tabelle 2

Zeile A der Tabelle 2 führt die Gleichungen an, mit denen man die Kollisionsgeschwindigkeiten bestimmen kann, wenn die Stoßcharakteristik unbekannt ist.

Eine Anwendung bietet sich bei streifenden Stößen an, da bei dieser Konstellation der Stoßkoeffizient häufig nicht einzugrenzen ist.

Als Eingabedaten für die Berechnung benötigt man die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge nach der Kollision und die Änderung der kinetischen Energie.

Ist der Stoßkoeffizient bekannt, dann können die Gleichungen nach Zeile B angewendet werden.

Für die Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten reicht die Kombination zweier Gleichungen aus. Welche der möglichen Kombinationen man letztlich wählen muß, um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten, hängt von der Größe des Stoßkoeffizienten ab.

In Zeile C ist der Sonderfall des plastischen Stoßes dargestellt. Diese Gleichungen führen bei Kollisionen mit hoher Differenzgeschwindigkeit zu guten Ergebnissen. Als Eingabedaten fungieren die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs nach der Kollision und die Änderung der kinetischen Energie.

Die Gleichungen der Zeile D gehen aus den Gleichungen der Zeile 1 hervor, wenn die Gültigkeit des Diagramms aus Bild 8 zugrunde gelegt wird. Aus Gleichung (37) folgt nämlich unmittelbar, daß die Differenzgeschwindigkeit nach der Kollision eine Konstante ist.

Wie die Gleichungen (38) bis (47) offenlegen, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen v_1 und v_2 . Es bietet sich daher an, sie in einem v_1/v_2 -Diagramm darzustellen (Lit).

Die Arbeit mit einem solchen Diagramm wird sehr vereinfacht, wenn die Achseinteilung gleich ist (z.B. bei der Bestimmung der Geradensteigung).

Eingangsdaten		v_1'	v_2'	ΔE
Stoßcharakteristik				
A Stoßkoeffizient unbekannt		$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2 + v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2'$ [38]		
		$v_1 = v_2 + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^*} + [v_2' - v_1']^2}$ [39]		
B Stoßkoeffizient bekannt	$v_1 = -\frac{1+k}{m_1/m_2-k} v_2 + \frac{m_1/m_2+1}{m_1/m_2-k} v_2'$ [40]	$v_1 = -\frac{1-m_1/m_2 k}{m_1/m_2-k} v_1 + \frac{m_1/m_2+1}{m_1/m_2-k} v_2'$ [41]	$v_1 = v_2 + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^* [1-k^2]}}$ [42]	
C Sonderfall zu B $k = 0$ $\Rightarrow v_1' = v_2' = v'$	$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2 + [1 + \frac{m_2}{m_1}] v'$ [43]		$v_1 = v_2 + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^*}}$ [44]	
D Sonderfall zu A $k = \frac{A}{v_1 - v_2}$ $\Rightarrow v_2' - v_1' = A$	$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2 + [1 + \frac{m_2}{m_1}] v_1' + \frac{m_2}{m_1} A$ [45]	$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2 + [1 + \frac{m_2}{m_1}] v_2' - A$ [46]	$v_1 = v_2 + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^*} + A^2}$ [47]	

Tabelle 2: der gerade, zentrische Stoß: Zusammenstellung der Gleichungen zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten

Grafische Darstellungsmöglichkeiten zu Tabelle 2

Zu Zeile A der Tabelle 2

In Bild 10 sind die Gleichungen (38) und (39) grafisch dargestellt.

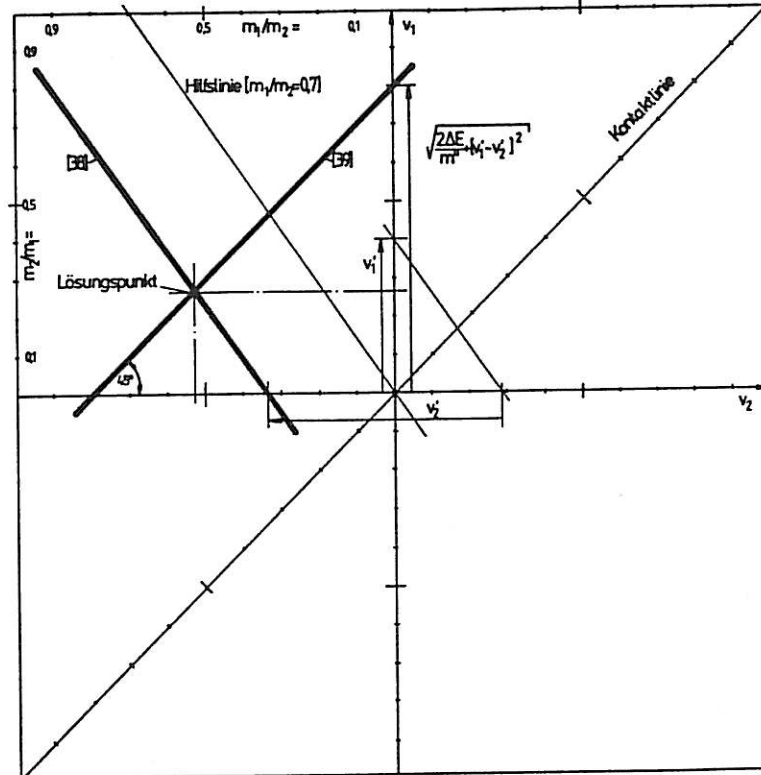


Bild 10: Band-Schnitt-Verfahren A

Um Gleichung (38) ins v_1/v_2 -Diagramm einzeichnen zu können, muß zuerst die Steigung bestimmt werden. Dazu benötigt man eine Hilfslinie, die durch den Ursprung geht und die Hilfsachse dem Massenverhältnis entsprechend schneidet.

Den tatsächlichen Verlauf der Geraden nach Gleichung (38) erhält man nun durch vorzeichenrichtiges Parallelverschieben der Hilfslinie: dazu muß man die Hilfslinie auf der y-Achse um die Strecke v_1' verschieben, auf der x-Achse um die Strecke v_2' .

Gleichung (39) beschreibt eine Gerade, die unter 45° durch das v_1/v_2 -Diagramm verläuft. Das absolute Glied muß berechnet werden. Im Beispiel (Bild 10) wurde $m_1/m_2 = 0,7$ und $v_1' > 0$, $v_2' < 0$ gewählt.

Der Schnittpunkt beider Geraden gibt die Lösung wieder. Werden für die Auslaufgeschwindigkeiten und die Formänderungsenergie Toleranzen berücksichtigt, erhält man ein Lösungsfeld.

Zu Zeile B der Tabelle 2

Eine Möglichkeit, wie man die Gleichungen (40) bis (42) grafisch darstellen kann, wurde bereits veröffentlicht (Lit.)

In Bild 11a ist zur Bearbeitung der Gleichungen (40) bis (42) ein erweitertes Verfahren vorgestellt, bei dem die Schablonen entfallen.

Es muß analog zum Bild 10 eine Hilfslinie erarbeitet werden, deren Steigung durch das Massenverhältnis und den Stoßkoeffizienten bestimmt wird. Wie man im einzelnen vorgehen muß, kann aus den Bildern 11 b und 11 c abgelesen werden.

Anschließend muß man die Hilfsgerade parallel um die Beträge der Stoßausgangsgeschwindigkeiten verschieben.

Die Energiegerade (Gleichung 42) wird eingezeichnet, wie es für Zeile A erläutert wurde.

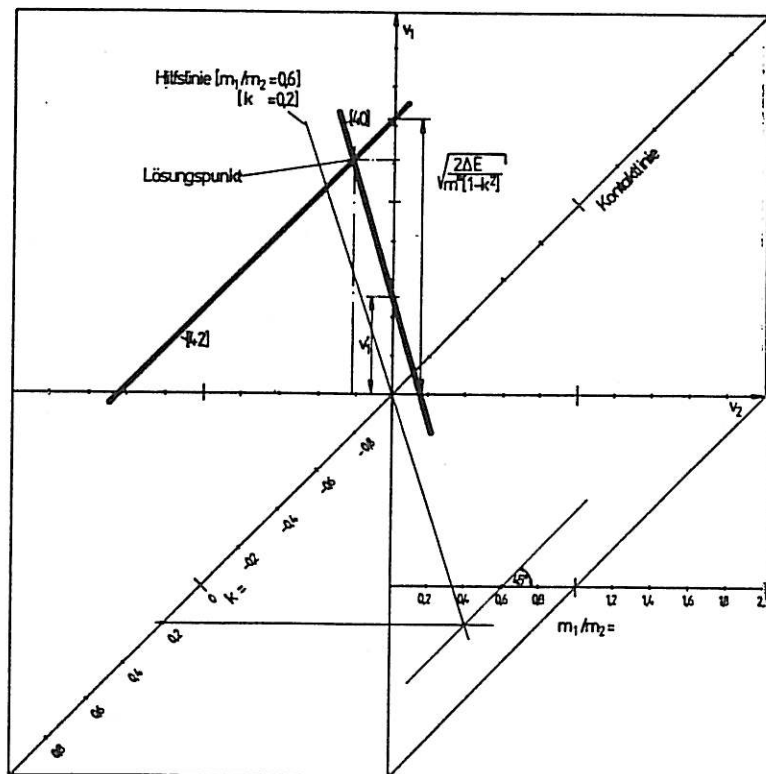
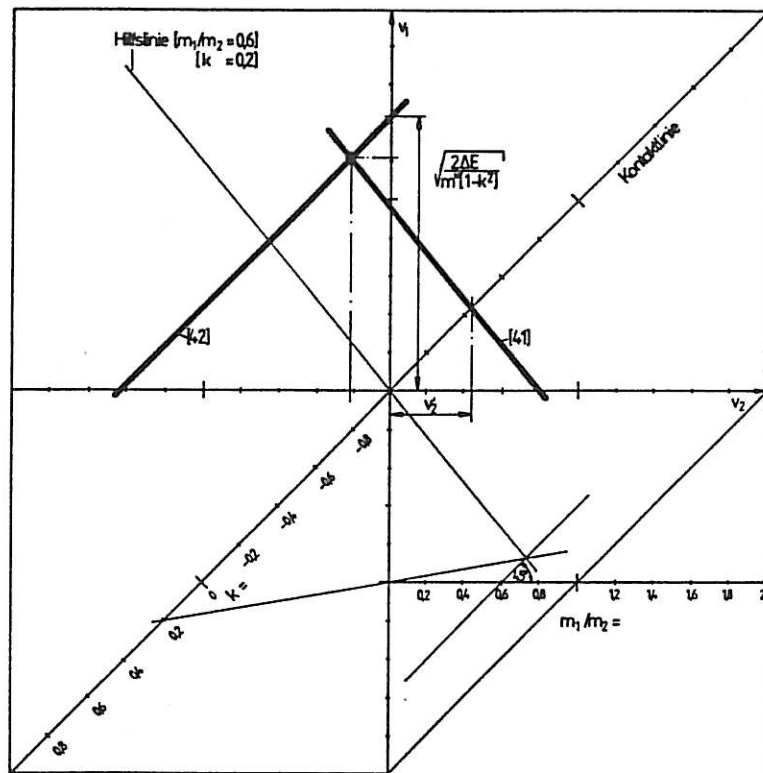


Bild 11a: Band-Schnitt-Verfahren B; $0 < m_1/m_2 < 2$;
 beider Teilbilder können auch überlagert
 werden.

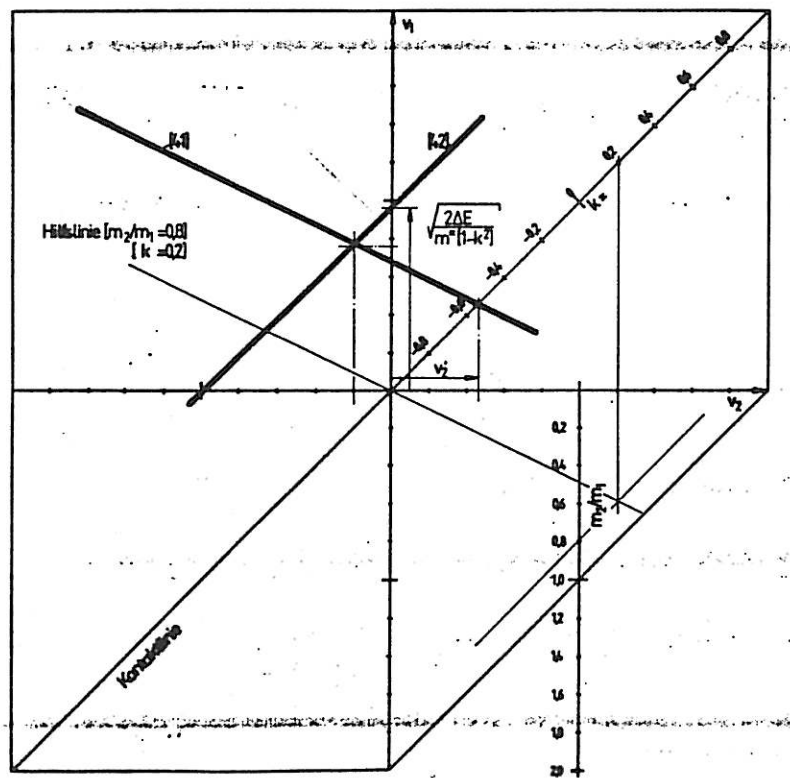
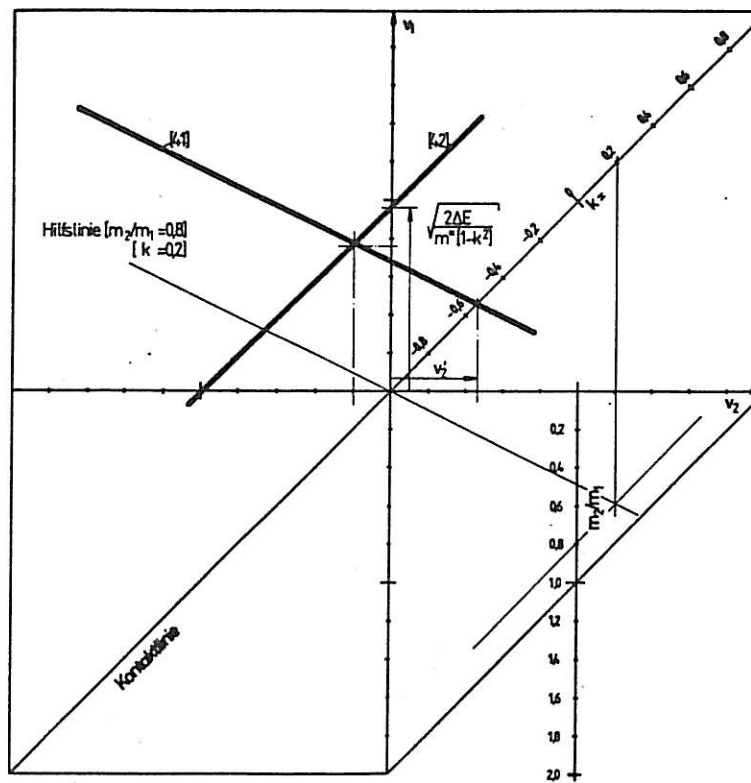


Bild 11b: Band-Schnitt-Verfahren B; $0 < m_2/m_1 < 2$;
 beide Teilbilder können auch überlagert
 werden.

Zu Zeile C der Tabelle 2

Wie man die Gleichungen (43) und (44) im v_1/v_2 -Diagramm darstellt, wurde in der Literatur gezeigt (Lit.). Bild 12 demonstriert das prinzipielle Vorgehen.

Dieses Verfahren wurde Band-Schnitt-Verfahren genannt.

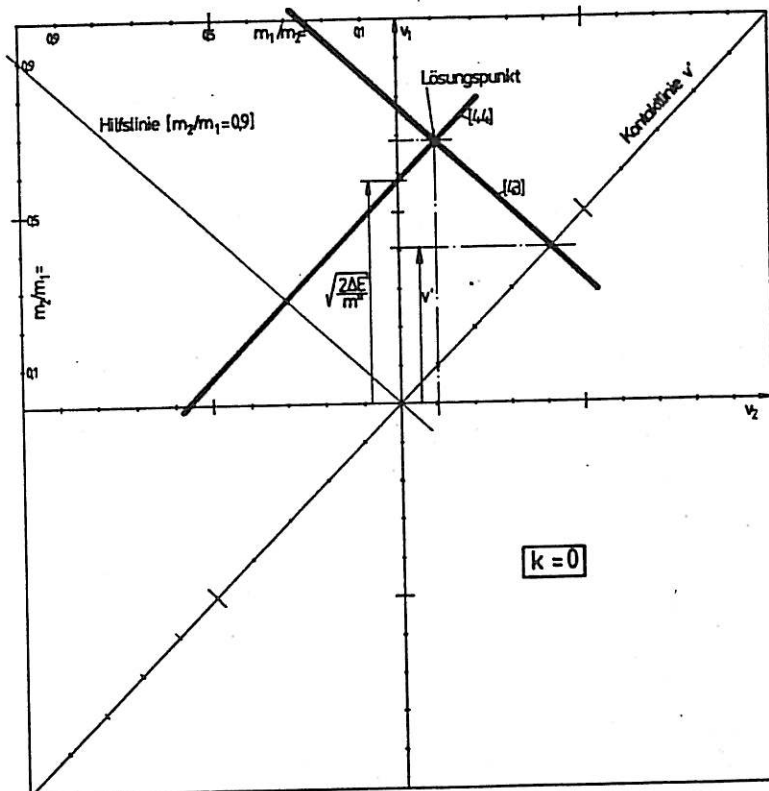


Bild 12: Band-Schnitt-Verfahren C

Zu Zeile D der Tabelle 2

Die Gleichungen (45) bis (47) beschreiben einen Sonderfall der Gleichungen (38) und (39). Sie unterscheiden sich von diesen Gleichungen dadurch, daß die Differenz der Stoßausgangsgeschwindigkeiten eine Konstante ist.

Im v_1/v_2 -Diagramm (Bild 13) wird dies berücksichtigt durch die Verschiebung der Kontaktlinie um den Betrag A .

Das Vorgehen entspricht ansonsten dem Band-Schnitt-Verfahren C (Bild 12).

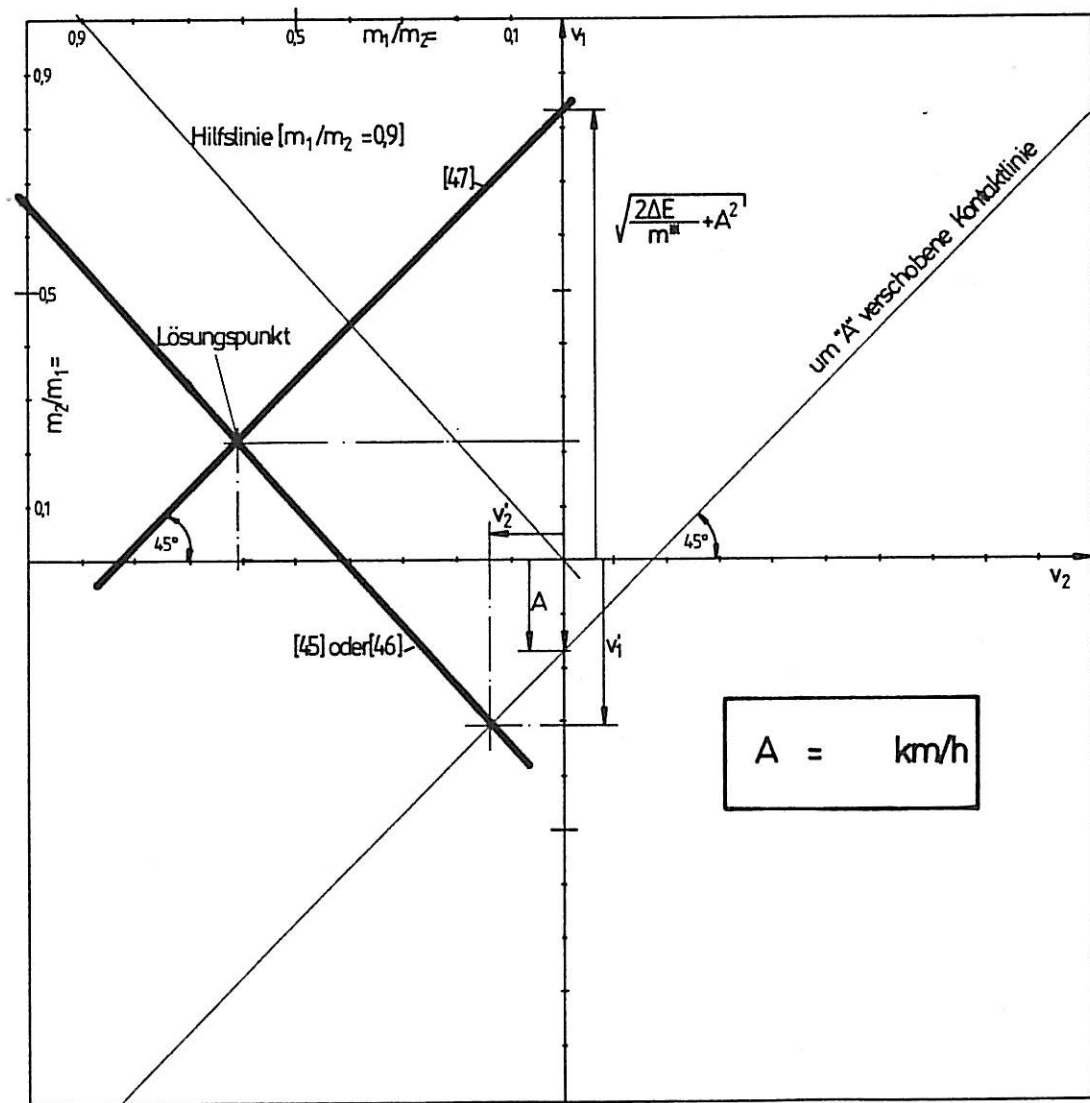


Bild 13: Band-Schnitt-Verfahren D

Der Begriff 'Band-Schnitt-Verfahren' wurde bisher nur verwendet, um die Gleichungen der Zeile C zu charakterisieren (Lit). Im folgenden wird dieser Begriff aber zur Bezeichnung aller in Tabelle 2 vorgestellten Rechenoperationen gebraucht. Um die unterschiedlichen Verfahren zu kennzeichnen, wurde eine Indizierung durch die Zeilenkennbuchstaben A - D eingeführt:

In Zukunft wird also je nach Art der angewendeten Gleichungen von dem Band-Schnitt-Verfahren A, B, C oder D gesprochen.

Der Einsatz der Band-Schnitt-Verfahren A - D ermöglicht, mit minimalem Rechenaufwand und einem übersichtlichen Lösungsweg realitätsgerechte Ergebnisse zu erzielen.

Der Einfluß der Eingangsdaten auf das Endergebnis wird nachvollziehbar: wenn man einzelne Eingangsdaten variiert, kann man leicht erkennen, wie sich das Endergebnis ändert.

6.1.2 Fall 2: Ein Fahrzeug steht

Steht ein Fahrzeug bei der Kollision, dann vereinfachen sich die Gleichungen aus Tabelle 2. Die neuen Gleichungen sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

Auch in diesem Fall besteht die Möglichkeit, die algebraischen Gleichungen in Diagrammform darzustellen. Dadurch erreicht man eine gute Anschaulichkeit und Übersicht.

Von Fahrzeug 2 ist nun die Kollisionsgeschwindigkeit bekannt ($v_2 = 0$). Deshalb müssen die Gleichungen nicht in einem v_1/v_2 -Diagramm dargestellt werden. Man trägt vielmehr die Kollisionsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von den Stoßausgangsgeschwindigkeiten oder der Formänderungsernergie auf.

Die Gleichungen (48), (51), (52), (54), (56) und (57) sind Geradengleichungen. Die Bilder (14) bis (18) zeigen die grafischen Lösungsmöglichkeiten.

Stoßcharakteristik	Eingangsdaten		ΔE
	v_1'	v_2'	
A Stoßkoeffizient unbekannt	$v_1 = v_2 + v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2'$ [48]		$v_1 = \frac{\Delta E}{m_2 v_2} + \frac{v_2}{2} \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \right]$ [49]
	$v_1 = -\frac{m_1}{m_2 - m_1} v_1' \pm \frac{m_2}{m_2 - m_1} \sqrt{v_1'^2 + 2 \frac{m_2 - m_1}{m_2 m_1} \Delta E}$; $v_1 = v_1' + \frac{\Delta E}{m_1 v_1}$ für $[m_1 = m_2]$ [50]		
B Stoßkoeffizient bekannt	$v_1 = \frac{m_1/m_2 + 1}{m_1/m_2 - k} \cdot v_1'$ [51]	$v_1 = -\frac{m_1/m_2 + 1}{m_1/m_2 [1+k]} \cdot v_2'$ [52]	$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2 [1-k^2]}}$ [53]
C Sonderfall zu B $k = 0$ $\Rightarrow v_1' = v_2' = v'$	$v_1 = v_2 + \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \right] v'$ [54]		$v_1 = + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2}}$ [55]
D Sonderfall zu A $k = \frac{A}{v_1 - v_2}$ $\Rightarrow v_2' - v_1' = A$	$v_1 = v_2 + \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \right] v_1' + \frac{m_2}{m_1} A$ [56]	$v_1 = v_2 + \left[1 + \frac{m_2}{m_1} \right] v_2' - A$ [57]	$v_1 = + \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2} + A^2}$ [58]

Tabelle 3: der gerade, zentrische Stoß. Zusammenstellung der Gleichungen zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit von Fzg (1)
 $v_2 = 0$

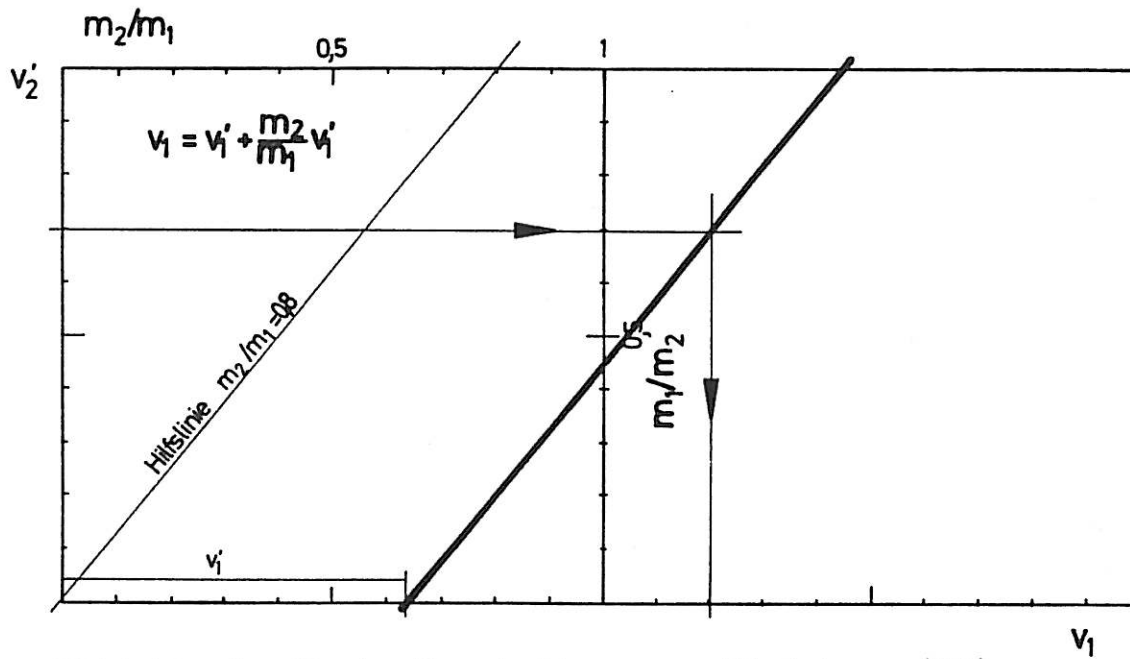


Bild 14: Grafische Darstellung von Gleichung (48)

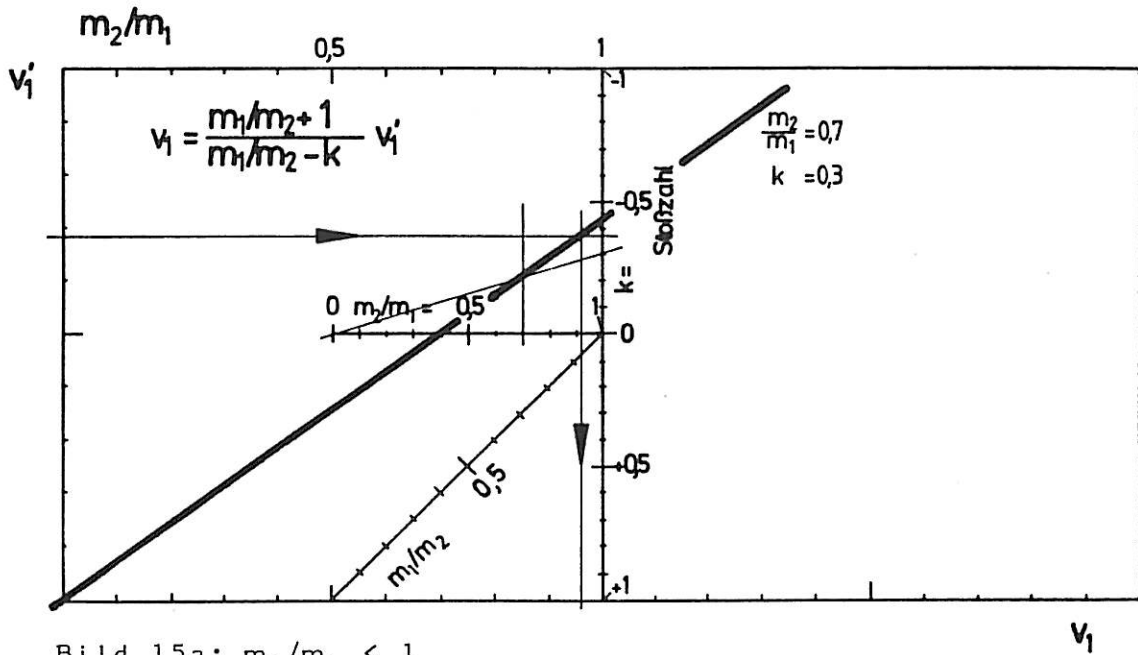


Bild 15a: $m_2/m_1 < 1$

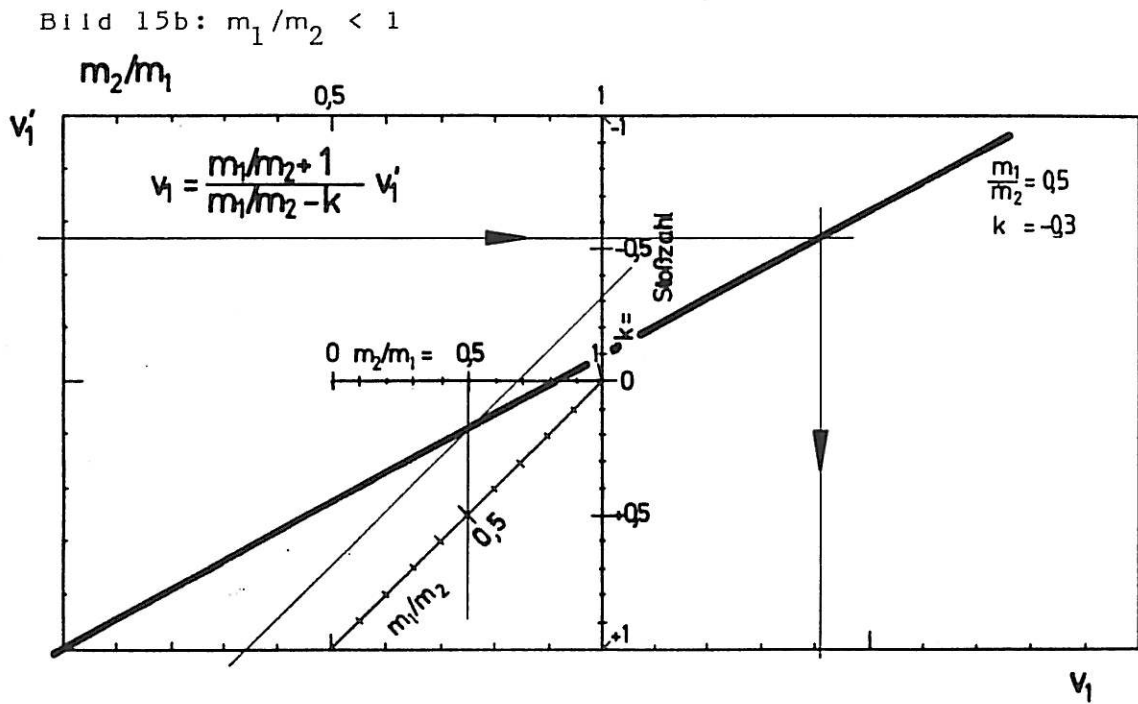


Bild 15: Darstellung von Gleichung (51)

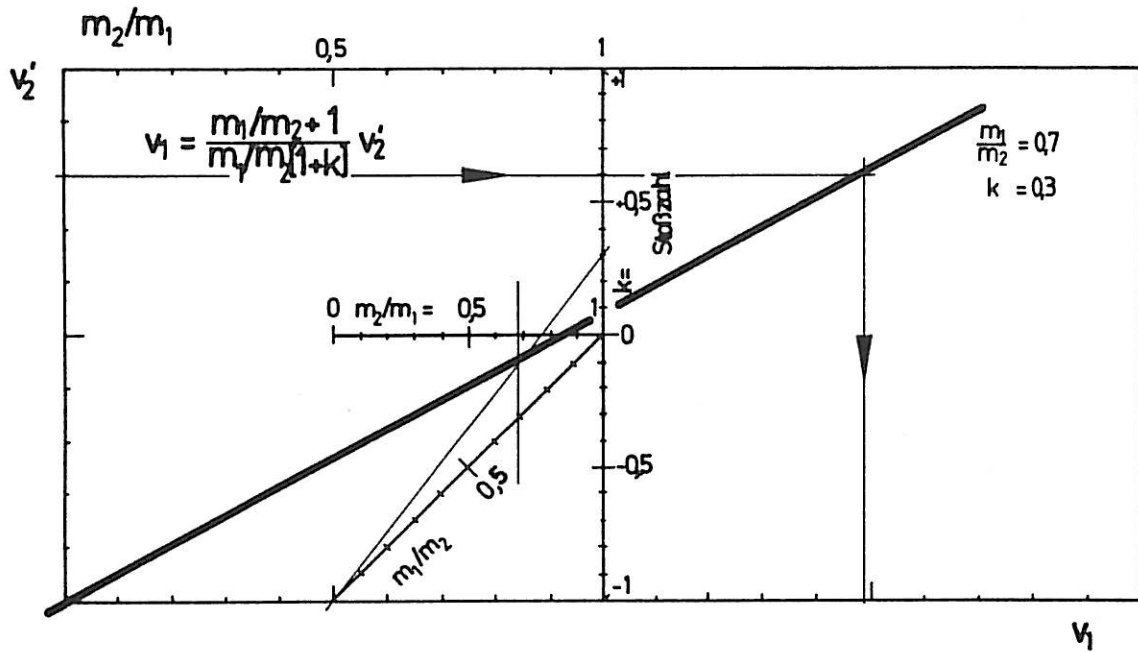


Bild 16a: $m_1/m_2 < 1$

Bild 16b: $m_2/m_1 < 1$

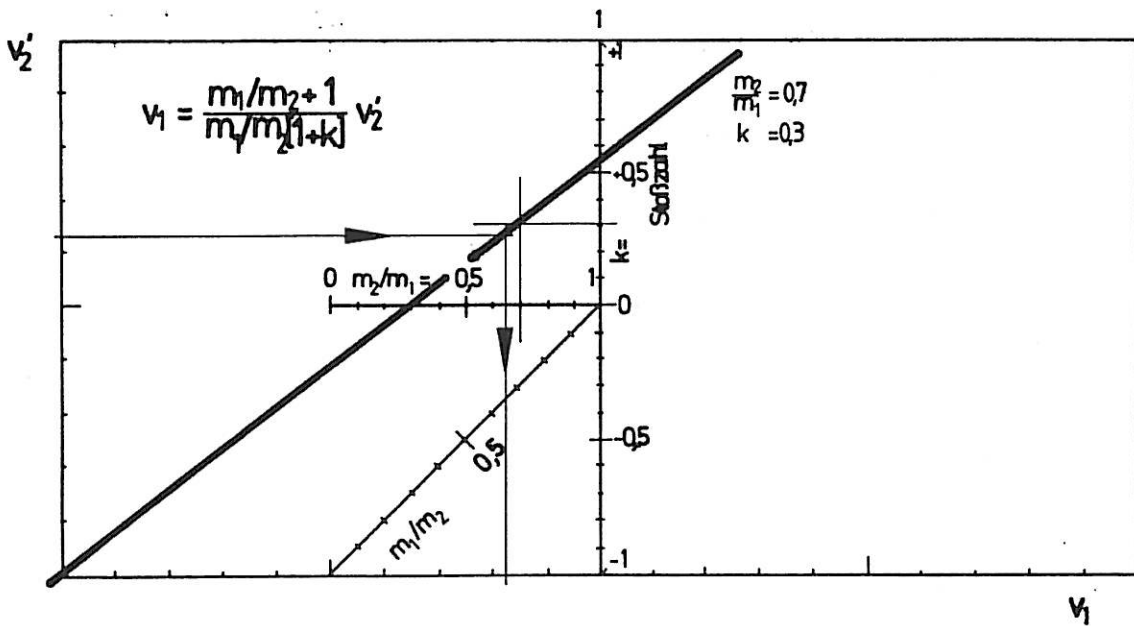


Bild 16: Darstellung von Gleichung (52)

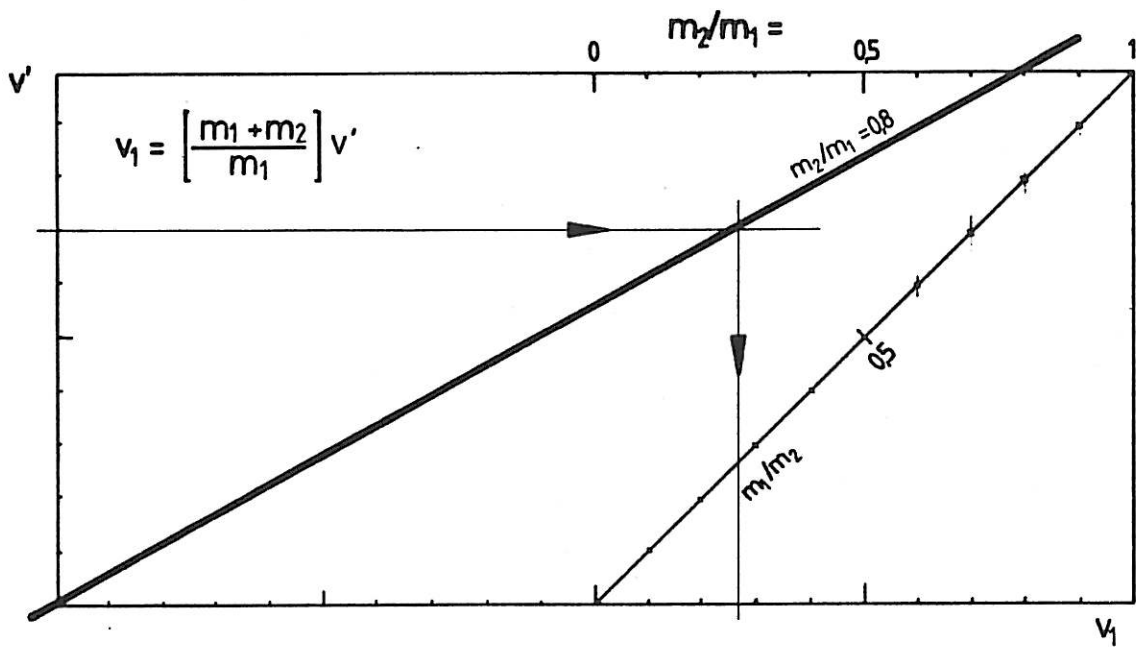


Bild 17: Darstellung von Gleichung (54)

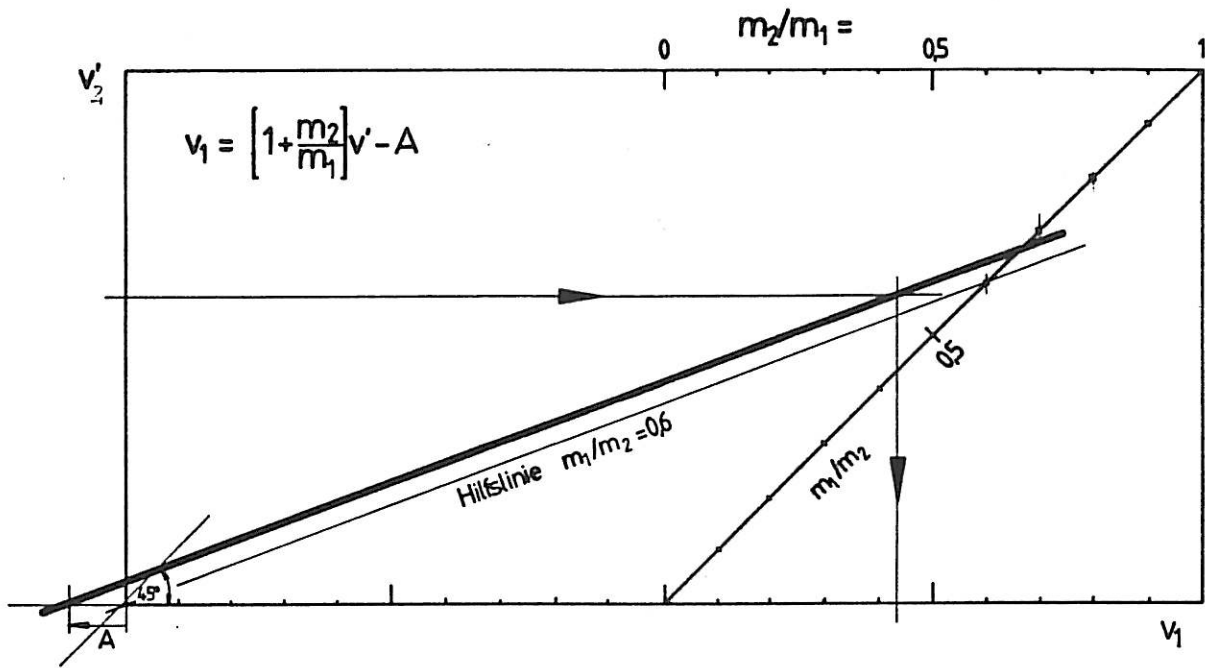


Bild 18a: Darstellung von Gleichung (57)

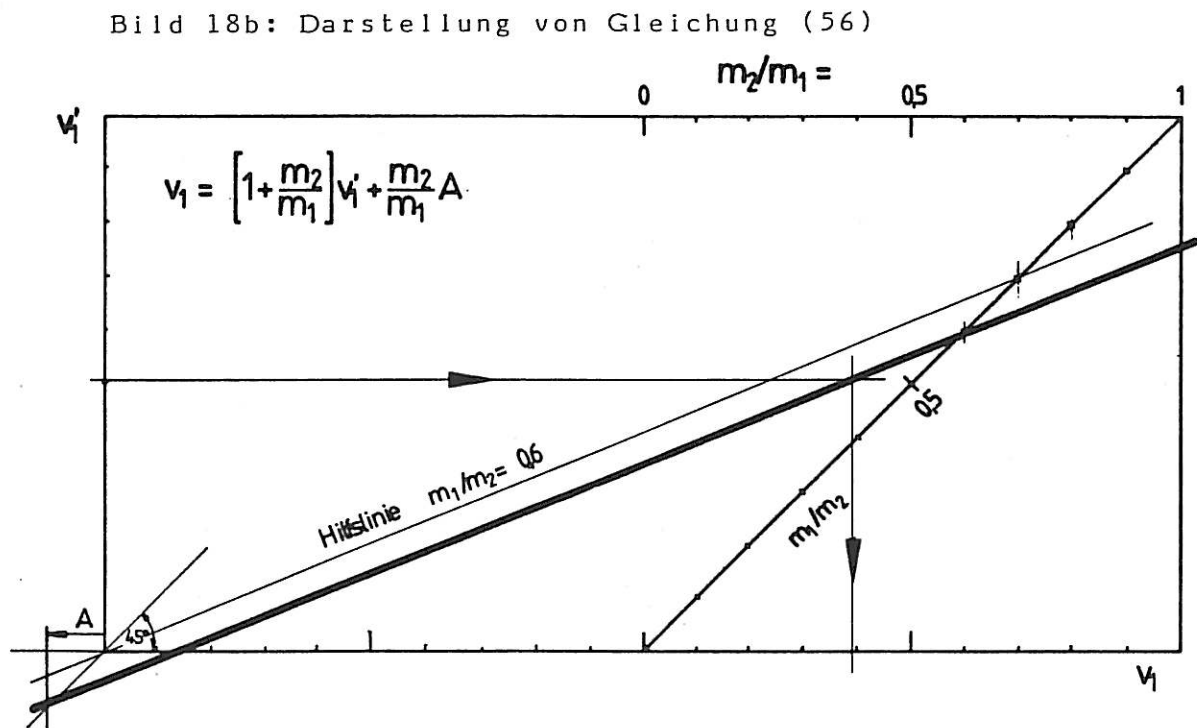


Bild 18b: Darstellung von Gleichung (56)

Die Gleichungen (49) und (50) können nicht grafisch dargestellt werden. Man muß den konkreten Fall mit ihnen berechnen. Das gilt auch für die Gleichungen (53) und (58). Anders dagegen bei Gleichung (55): sie kann in einem allgemeingültigen Diagramm veranschaulicht werden (Bild 19).

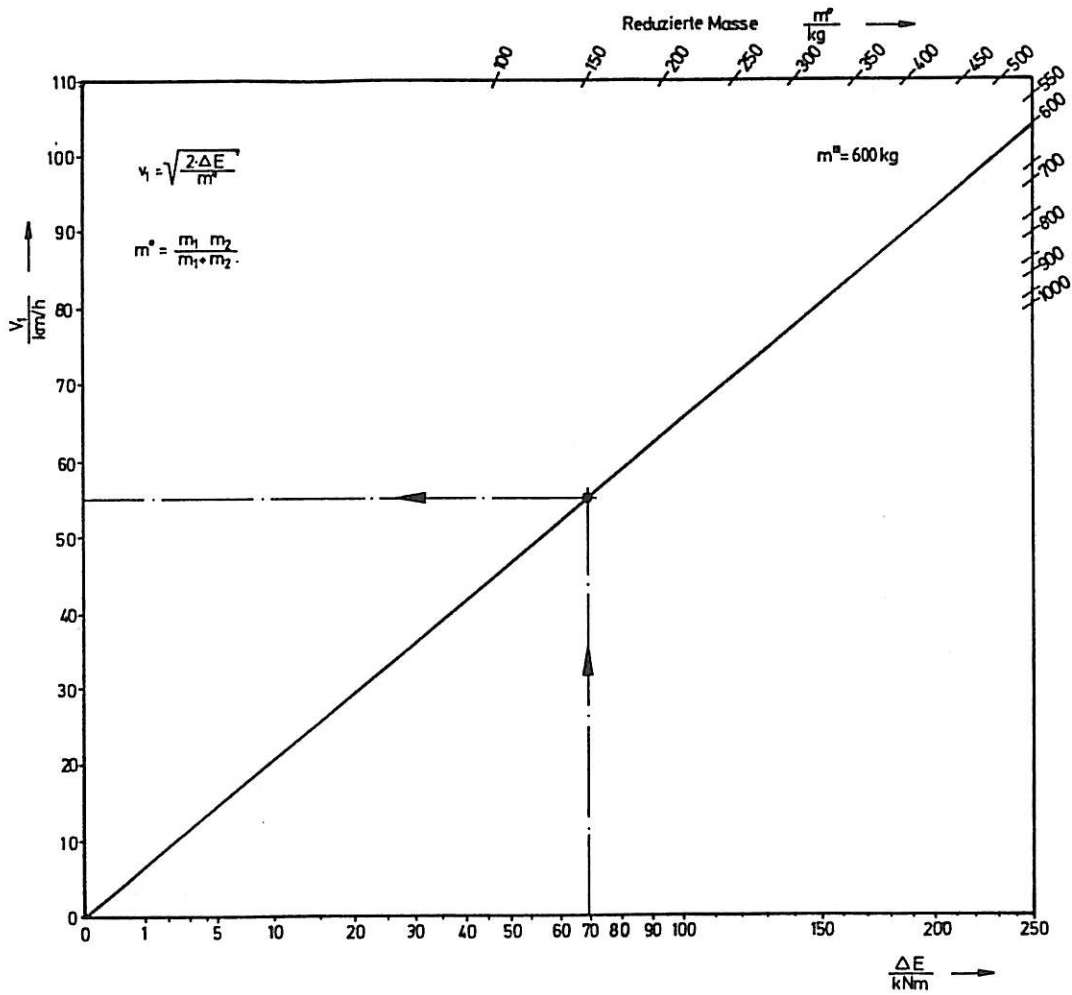


Bild 19: Darstellung von Gleichung (55)

6.2 Der gerade exzentrische Stoß

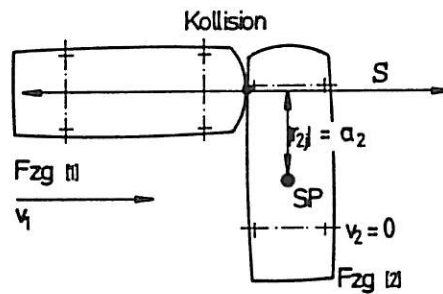


Bild 20: der gerade exzentrische Stoß

Bild 20 beschreibt den geraden exzentrischen Stoß. Nach dem Dualitätsprinzip der Kollisionsmechanik lassen sich aus Tabelle 3 die Gleichungen für diesen Stoßtyp entwickeln.

Außerdem besteht ein Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit und der Geschwindigkeit von Fahrzeug 2 nach der Kollision.

Durch Kombination der Gleichungen (3) und (18b) erhält man Gleichung (59):

$$\frac{i_2 |\omega_2'|}{v_2'} = \frac{a_2}{i_2} \quad (59)$$

Mit dieser Gleichung ist Tabelle 3 zu erweitern. Man erhält Tabelle 4.

Die grafische Darstellung von Tabelle 4 baut auf den Möglichkeiten auf, die für Tabelle 3 beschrieben wurden.

Wird die Geschwindigkeit v_1 in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v_1' bestimmt, so ist lediglich die tatsächliche Masse von Fahrzeug 2 durch die reduzierte Masse zu ersetzen.

Wird die Geschwindigkeit v_1 in Abhängigkeit von der Verdrehung des Fahrzeugs 2 berechnet, dann ist zunächst zu klären, wie groß die Kontaktpunktgeschwindigkeit nach der Kollision war.

Diese berechnet sich aus der Winkelgeschwindigkeit oder der Schwerpunktgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Exzentrizität des Anstoßes.

Stoßcharakteristik	Eingangsdaten		$w_2' = v_2' + a_2 \omega_2' $		ΔE
	v_1'	v_2'	$w_2' = \left[1 + \frac{a_2^2}{l_2^2}\right] v_2'$	$w_2' = \left[\frac{l_2}{a_2} + \frac{a_2}{l_2}\right] \frac{1}{2} \omega_2' $	
A Stoßkoeffizient unbekannt	$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} w_2'$ [62]		$v_1 = \frac{\Delta E}{m_2 w_2'} + \frac{v_2'}{2} \left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right]$ [63]		
	$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2'$ [64]	$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{l_2}{a_2} \frac{1}{2} \omega_2' $ [65]	$v_1 = \frac{2\Delta E}{m_2 w_2'} + \frac{v_2'}{2} \left[1 + \frac{a_2^2}{l_2^2} \frac{m_2}{m_1}\right]$ [66]	$v_1 = \frac{2\Delta E}{m_1 + \frac{m_2}{2} \left[\frac{l_2}{a_2} \frac{m_2}{m_1} + 1\right] + \frac{a_2}{l_2}}$ [67]	
	$v_1 = -\frac{m_1}{m_2 - m_1} v_1' + \frac{m_2}{m_2 - m_1} v_2'^2 + 2 \frac{m_2 - m_1}{m_2 m_1} \Delta E$; $v_1 = v_1' + \frac{\Delta E}{m_1 v_1'}$ für $m_1 = m_2$ [68]				
B Stoßkoeffizient bekannt	$v_1 = \frac{m_1/m_2 + 1}{m_1/m_2 - k} v_1'$ [69]	$v_1 = \frac{m_1/m_2 + 1}{m_1/m_2 + k} w_2'$ [70]	$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2 [1 - k^2]}}$ [71]		
		$v_1 = \frac{\frac{m_2}{m_1} \left[\frac{a_2}{l_2}\right]^2 \cdot 1}{1 + k} v_2'$ [72]	$v_1 = \frac{\left[\frac{m_2}{m_1}\right] \frac{l_2}{a_2} + \frac{a_2}{l_2}}{1 + k} \omega_2' $ [73]		
C Sonderfall zu B $k = 0$ $\Rightarrow v_1' = w_2' = v'$	$v_1 = \left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right] v'$ [74]	$v_1 = \left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right] v'$ [75]	$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2}}$ [76]		
		$v_1 = \left[\frac{m_2}{m_1} + \left(\frac{a_2}{l_2}\right)^2 \cdot 1\right] v_2'$ [77]	$v_1 = \left[\frac{m_2}{m_1} + \frac{l_2}{a_2} + \frac{a_2}{l_2}\right] \omega_2' $ [78]		
D Sonderfall zu A $k = \frac{A}{v_1}$ $\Rightarrow w_2' - v_1' = A$	$v_1 = \left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right] v' + \frac{m_2}{m_1} A$ [79]	$v_1 = \left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right] w_2' - A$ [80]	$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m^2} + A^2}$ [81]		
		$v_1 = \left[1 + \frac{a_2^2}{l_2^2} + \frac{m_2}{m_1}\right] v_2' - A$ [82]	$v_1 = \left[1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{l_2}{a_2} + \frac{a_2}{l_2}\right] \omega_2' - A$ [83]		

Tabelle 4: dergerade, exzentrische Stoß: Zusammenstellung der Gleichungen zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit von Fzg (1)
 $v_2 = 0$

Es gilt:

$$w_2' = v_2' \left[1 + \frac{a_2^2}{i_2^2} \right] \quad (60)$$

$$w_2' = i_2 |w_2'| \left[\frac{i_2}{a_2} + \frac{a_2}{i_2} \right] \quad (61)$$

Die Zusammenhänge lassen sich ebenfalls grafisch darstellen (Bild 21 und 22).

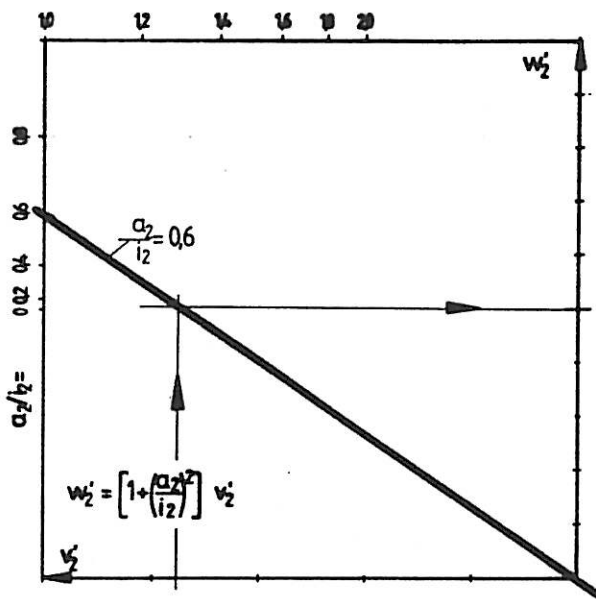


Bild 21: Darstellung von Gleichung (60)

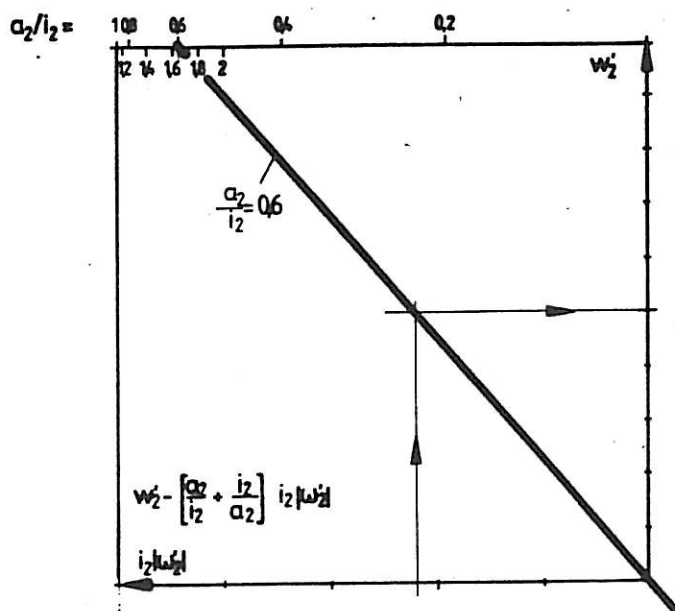


Bild 22: Darstellung von Gleichung (61)

Die Diagramme (Bild 21 und 22) können nun mit den Diagrammen (Bild 14, 16, 17 und 18a) kombiniert werden. Wie, das wird in Bild 23 an einem Beispiel gezeigt.

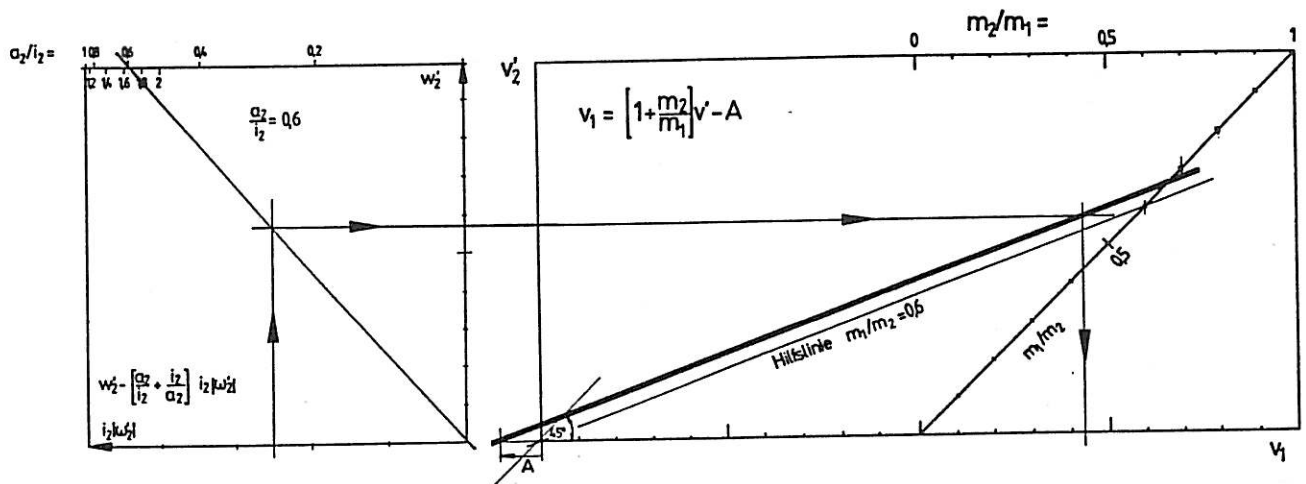


Bild 23: Kombination von Bild 22 und 18a zur Ermittlung der Kollisionsgeschwindigkeit von Fahrzeug 1

6.3 Der ebene Stoß

Das von SLIBAR vorgestellte Vorgehen (Lit) hat sich über Jahre in der Praxis der Verkehrsunfallrekonstruktion bewährt. Es basiert auf der Darstellung der Impulsvektoren in der Bewegungsebene (Impulsdiagramm).

Mittlerweile wurden Verfahren entwickelt, die den Grundgedanken SLIBARs aufgegriffen und erweitert haben (Lit). Diese Veröffentlichungen haben gezeigt, daß nicht nur der Impulserhaltungssatz grafisch darstellbar ist, sondern auch die übrigen Erhaltungssätze.

Zusätzlich wurde für die Belange der Verkehrsunfallrekonstruktion aufgezeigt, wie Toleranzen in einem Schritt mit eingearbeitet werden können.

Auch diese Veröffentlichungen haben aber das gesamte Spektrum der Kollisionsmechanik nicht erfaßt.

In den folgenden Abschnitten wird darum versucht, alle Grundgleichungen der Kollisionsmechanik systematisch zusammenzustellen und für die praktische Arbeit aufzubereiten.

Durch die Kollisionsanalyse will man die Kollisionsgeschwindigkeiten berechnen. Diese Berechnung muß aber in zwei Schritten erfolgen. Zuerst ist immer der Stoßimpuls zu bestimmen, dann erst die Kollisionsgeschwindigkeit.

Eine Kollision kann unter zwei Perspektiven betrachtet werden:

- Es werden alle Vorgänge erfaßt, die sich unmittelbar vor und unmittelbar nach der Kollision abspielen.
- Es wird auch die reine Kollisionsphase berücksichtigt.

Greift man nur auf die Daten zurück, die die Vorgänge vor und nach der Kollision beschreiben, dann kann man diese über die drei Erhaltungssätze verbinden.

Werden aber die Ereignisse während der Kollision mit betrachtet, dann sind die Dauer der Kollision, die Lage des Kontaktpunkts und der Stoßkoeffizient von Interesse.

In der Tabelle 5 sind die beiden Betrachtungsweisen getrennt eingetragen, außerdem die dazugehörigen Erhaltungssätze und die daraus abgeleiteten Verfahren. Es gibt sechs verschiedene Möglichkeiten, den Stoß oder den Stoßimpuls zu bestimmen.

In den bisher bekannten Verfahren werden aber nicht alle Abhängigkeiten erfaßt; sie beschränken sich auf die Darstellung von zwei, maximal drei Kombinationsmöglichkeiten.

Im folgenden wird darum versucht, die in der Tabelle 5 aufgeführten Möglichkeiten zu einem kompakten Lösungsverfahren zusammenzufassen

1)	2)
	
Impulserhaltung	Impulsänderung bei Kräfteinwirkung
Gleichung	Gleichung
Impulsspiegel-Verfahren [I,II]	Stoßimpulsbegrenzung
Drehimpulserhaltung	Drallsatz
Gleichung	Gleichungen
Drehimpulsspiegel-Verfahren	Drall-Spiegel-Verfahren [I,II]
Energieerhaltung	Energieerhaltung mit Berücksichtigung des Stoßkoeffizient
Gleichung	
Doppel-Ring-Verfahren	Energie - Ring -Verfahren

Tabelle 5

6.3.1 Darstellung des Stoßimpulses

In einem Vektordiagramm werden die Impulse durch Vektoren dargestellt. Der Betrag des Impulses spiegelt sich in der Länge des Vektors, die Richtung in seiner Orientierung.

Das bedeutet aber, daß die Vektoren frei verschiebbar sind.

Die Darstellung muß so aufgebaut sein, daß alle Vektoren, die den Stoß bilden, einen gemeinsamen Ursprung haben. Dann kann der Stoßimpuls-Vektor in einem kartesischen Koordinatensystem abgebildet werden.

6.3.1.1 Impuls-Spiegel-Verfahren

Schreibt man Gleichung (2) in kartesischen Koordinaten und eliminiert v_1 , so erhält man:

$$\begin{aligned} S_y \cos \alpha_1 - S_x \sin \alpha_1 \\ = m_1 v_1' \sin (\beta_1 - \alpha_1) = q^{[1]} \end{aligned} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} [-S_y] \cos \alpha_1 - [-S_x] \sin \alpha_1 \\ = -m_1 v_1' \sin [\beta_1 - \alpha_1] = -q^{[1]} \end{aligned} \quad (85)$$

Das ist die Gleichung einer Geraden. Die Steigung wird durch den Winkel α_1 ausgedrückt, der Abstand zum Nullpunkt durch den Term, der rechts vom Gleichheitszeichen steht.

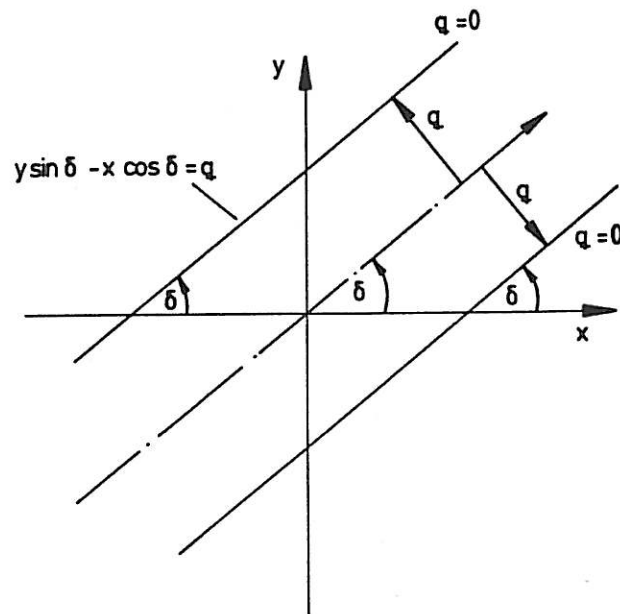


Bild 25 : Beschreibung einer Geraden durch

- Richtungssinn δ
- Abstand q [Definition des Vorzeichen]

Der Winkel δ legt die Einlaufrichtung fest. q ist der Impuls nach der Kollision senkrecht zur ursprünglichen Bewegungsrichtung.

Auf Fahrzeug 2 wirkt der Stoßimpuls $-S$. Wird Gleichung (84) mit den entsprechenden Vorzeichen versehen, erhält man eine Gerade, die ebenfalls parallel zur Einlaufrichtung im Abstand q verläuft, aber auf der anderen Seite, also spiegelbildlich, liegt.

Aus Gleichung (3) kann für das Fahrzeug 2 die Ableitung der Geraden vorgenommen werden.

Gleichung (2) und Gleichung (3) müssen erfüllt sein. Die Lösung erhält man, wenn die ursprüngliche Gerade (Gleichung 2) mit der gespiegelten Gerade (Gleichung 3) zum Schnitt gebracht wird. Wenn man nun den Ursprung des Koordinatensystems mit dem Schnittpunkt verbindet, kann man den Stoßimpulsvektor aus der Zeichnung ablesen (Bild 26 a).

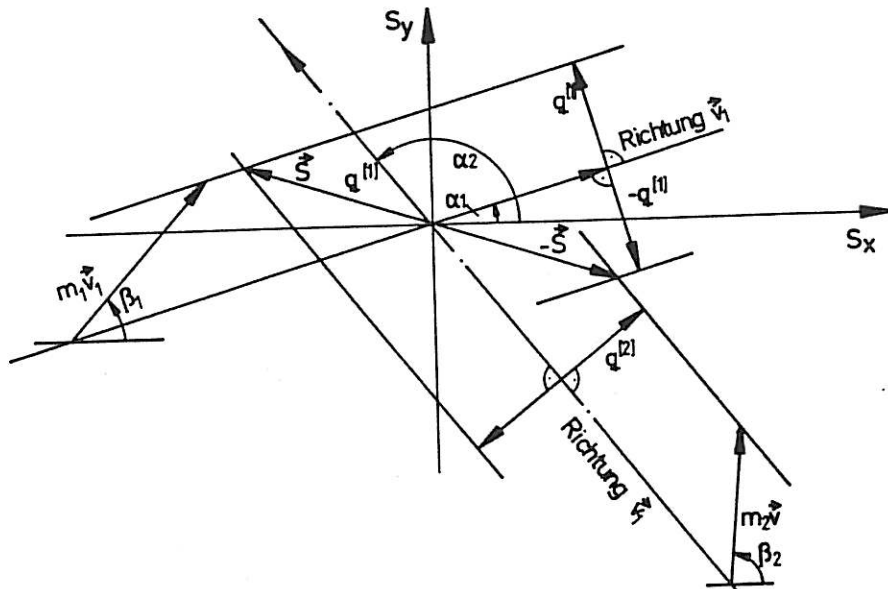


Bild 26a : Impuls - Spiegel - Verfahren

Da man in der Praxis mit Toleranzen rechnen muß, führt das Impuls-Spiegel-Verfahren zu Lösungsschnittfeldern (Bild 26b).

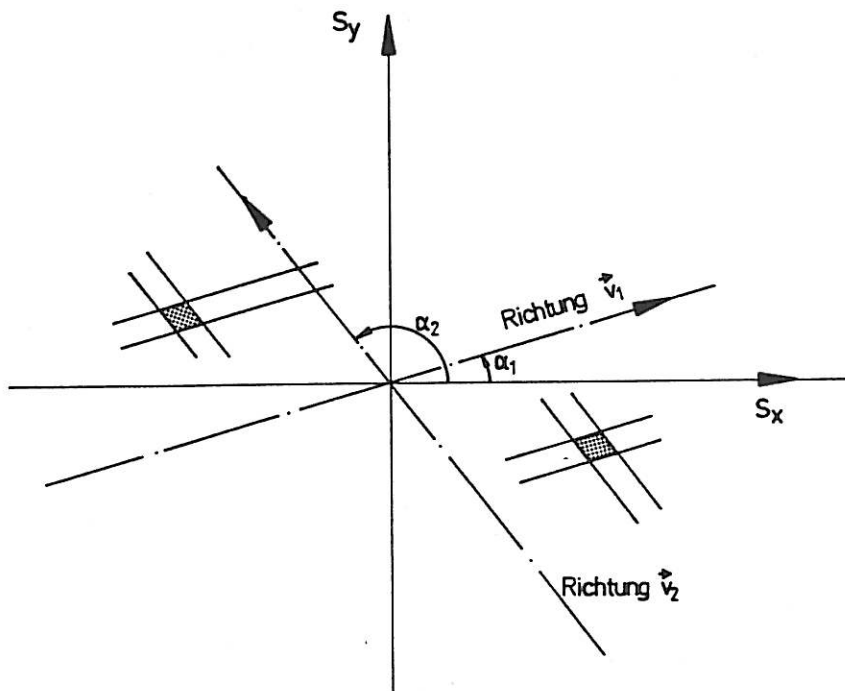


Bild 26b : Impuls - Spiegel - Verfahren mit Toleranzen

6.3.1.2 Stoßimpulsbegrenzung

Aus Gleichung (14) kann der Stoßimpuls berechnet werden; die maßgebenden Größen sind dabei die während der Kollision wirkenden Kräfte und die Dauer der Kontaktphase.

Die Dauer der Kontaktphase und der Kraftpegel sind eine Funktion von der Richtung der Krafteinleitung in den Karosseriekörper; außerdem sind sie von der Differenzgeschwindigkeit abhängig.

Um den Betrag des Stoßimpulses nach Gleichung (14) berechnen zu können, müssen in ersten Arbeitsschritt Annahmen über die Dauer des Stoßes gemacht werden, da Stoßdauer und wirkende Kraft von einander abhängen. Während des weiteren Vorgehens müssen diese Annahmen dann durch Iteration verifiziert werden. Die Größenordnung der Zeit t kann aus Bild 7 abgelesen werden. Die Strukturfestigkeit der Fahrzeuge bestimmt, welches Kraftniveau während der Kollision wirkt (Lit).

Hängen Zeit und Kraftpegel in dem anzusetzenden Toleranzbereich nicht von der Stoßrichtung ab, dann stellt sich Gleichung (14) in einem S_x/S_y -Diagramm als Kreisabschnitt dar (Bild 27).

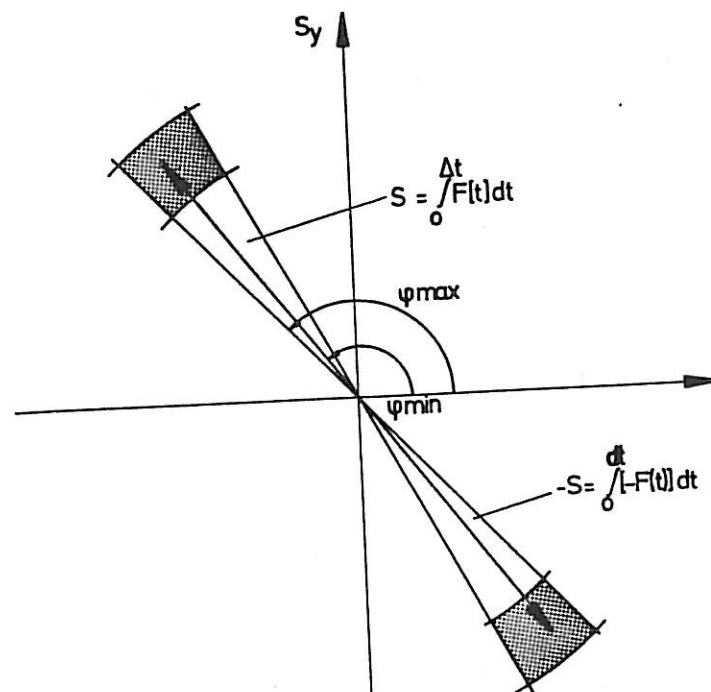


Bild 27: Stoßimpulsbegrenzung

6.3.1.3 Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

Aus Gleichung (8) folgt Gleichung (86):

$$S_y \cos \gamma - S_x \sin \gamma = \frac{\theta_1 [\omega_1' - \omega_1] + \theta_2 [\omega_2' - \omega_2]}{-p} = q^{[2]} \quad (86)$$

Diese Gleichung beschreibt eine Gerade, die parallel zum Vektor p verläuft (Bild 28). Der Abstand zum Ursprung ergibt sich aus dem Term, der rechts vom Gleichheitszeichen steht.

Mit Gleichung (87) wird der Stoßimpuls berechnet, der auf den Körper 2 wirkt:

$$[-S_y] \cos \gamma - [-S_x] \sin \gamma = \frac{\theta_1 [\omega_1' - \omega_1] + \theta_2 [\omega_2' - \omega_2]}{p} = -q^{[2]} \quad (87)$$

Im Bild 28 erkennt man die Spiegelung. Toleranzen lassen sich direkt nach Bild 29 in das Verfahren einarbeiten.

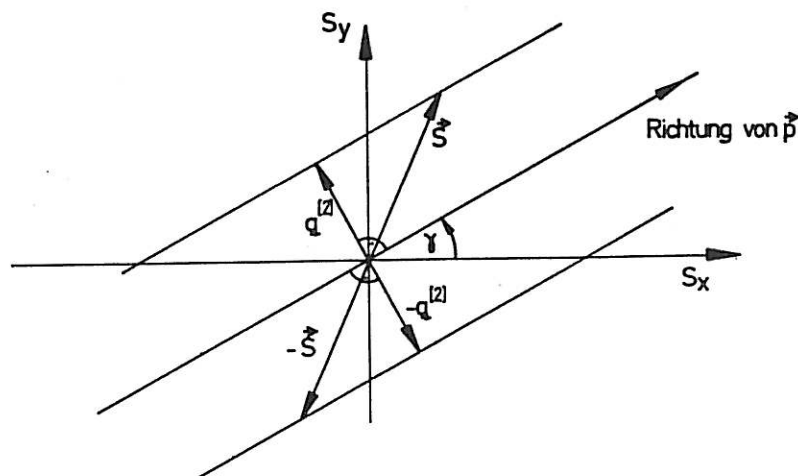


Bild 28: Drehimpuls - Spiegel - Verfahren

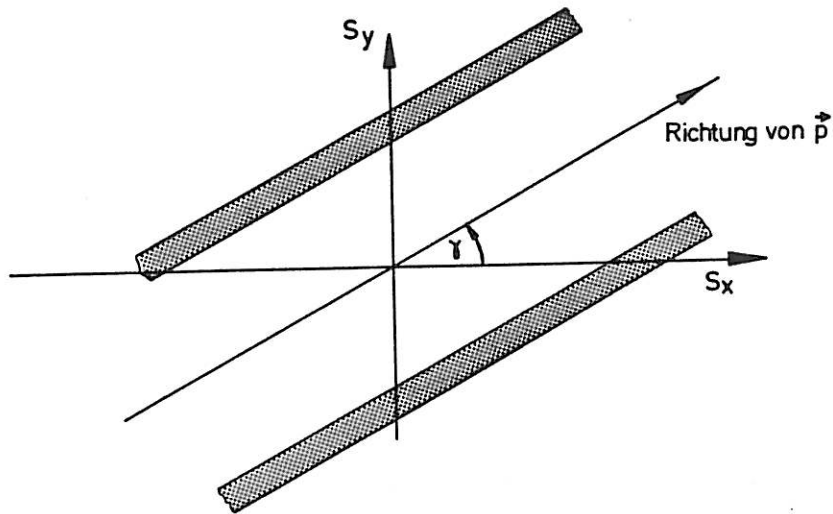


Bild 29: Drehimpuls-Spiegel-Verfahren mit Toleranzen

6.3.1.4 Drall-Spiegel-Verfahren

Aus Gleichung (18a) folgen die Gleichungen (88) und (89):

$$S_y \cos \gamma_1 - S_x \sin \gamma_1 = \frac{\theta_1 [\omega_1' - \omega_1]}{r_1} = q [3] \quad (88)$$

$$[-S_y] \cos \gamma_1 - [-S_x] [\sin \gamma_1] =$$

$$- \frac{\theta_1 [\omega_1' - \omega_1]}{r_1} = - q [3] \quad (89)$$

Die Gleichungen (88) und (89) sind Geradengleichungen; die Geraden verlaufen parallel zum Vektor \vec{r}_1 (Bild 30).

Der Abstand zum Ursprung wird durch den Term rechts vom Gleichheitszeichen ausgedrückt.

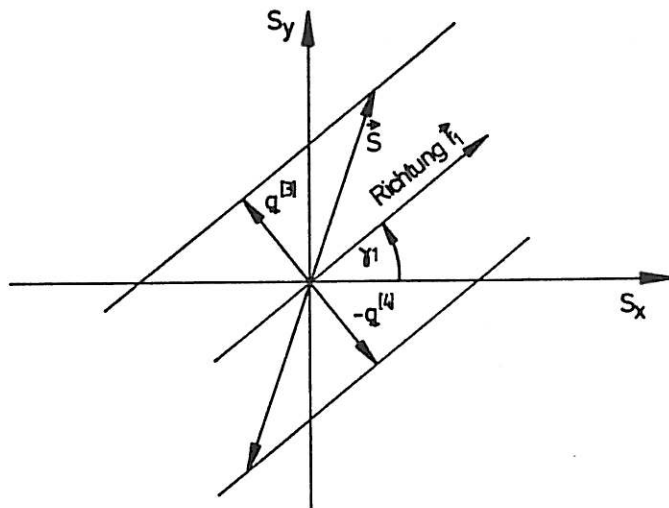


Bild 30: Drall-Spiegel-Verfahren I

In gleicher Weise folgen aus Gleichung (18b) die Gleichungen (90) und (91) (Bild 31):

$$S_y \cos \gamma_2 - S_x \sin \gamma_2 = -\frac{\theta_2 [\omega_2' - \omega_2]}{r_2} = q^{[4]} \quad (90)$$

$$\begin{aligned} [-S_y] \cos \gamma_2 - [-S_x] \sin \gamma_2 &= \\ &= \frac{\theta_2 [\omega_2' - \omega_2]}{r_2} = -q^{[4]} \quad (91) \end{aligned}$$

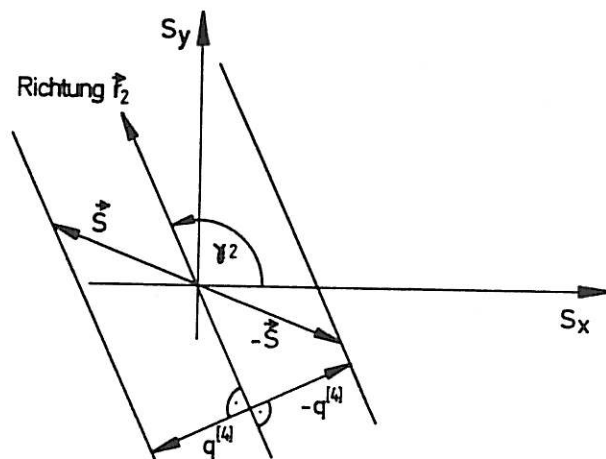


Bild 31: Drall-Spiegel-Verfahren II

Durch Überlagerung der Geraden für die Fahrzeuge 1 und 2 erhält man einen Schnittpunkt oder - bei Berücksichtigung von Toleranzen - ein Schnittfeld (Bild 32):

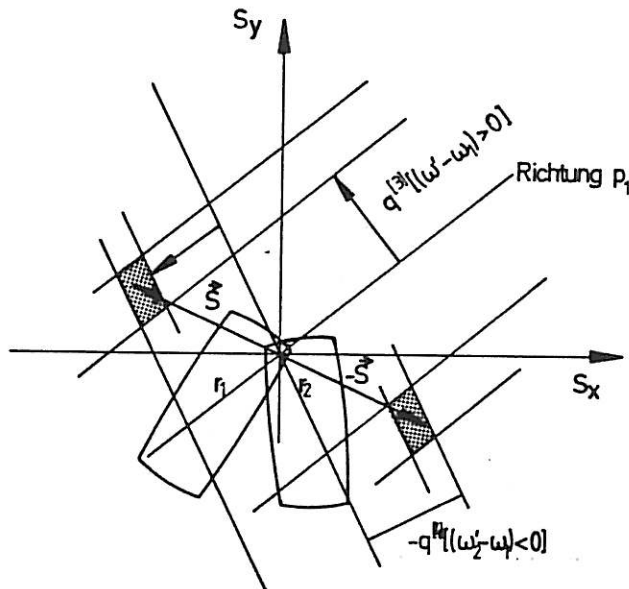


Bild 32: Drall - Spiegel - Verfahren mit Toleranzen

6.3.1.5 Energie-Doppelring-Verfahren

Die skalare Multiplikation in Gleichung (11) führt zur Gleichung (92):

$$\frac{S_x^2}{m^*} + \frac{S_y^2}{m^*} - 2[S(v_{1x}' - v_{2x}') + S(v_{1y}' - v_{2y}')] = 2\Delta E + \Theta_1(\omega_1'^2 - \omega_1^2) + \Theta_2(\omega_2'^2 - \omega_2^2) \quad (92)$$

Dieser Term beschreibt einen Kreis, dessen Radius sich aus Gleichung (93) berechnet; er hat den Mittelpunkt $(S_{x0}; S_{y0})$ (Gleichungen 94a und 94b).

$$R^2 = 2m^*\Delta E + m^*\Theta_1[\omega_1'^2 - \omega_1^2] + m^*\Theta_2[\omega_2'^2 - \omega_2^2] + m^{*2}[v_1 - v_2]^2 \quad (93)$$

$$S_{x0} = 2m^*[v_{1x}' - v_{2x}'] \quad (94a)$$

$$S_{y0} = 2m^*[v_{1y}' - v_{2y}'] \quad (94b)$$

Für den Stoß auf das zweite Fahrzeug erhält man einen Kreis mit dem gleichen Radius (Gleichung 93), aber mit den Mittelpunktskoordinaten $(-S_{x0}; -S_{y0})$.

Die Überschneidungen der Kreise haben keine spezielle Bedeutung. Das Verfahren unterscheidet sich aber von den bisherigen dadurch, daß nicht eine Gerade gespiegelt wurde, sondern ein Kreis (Bild 33).

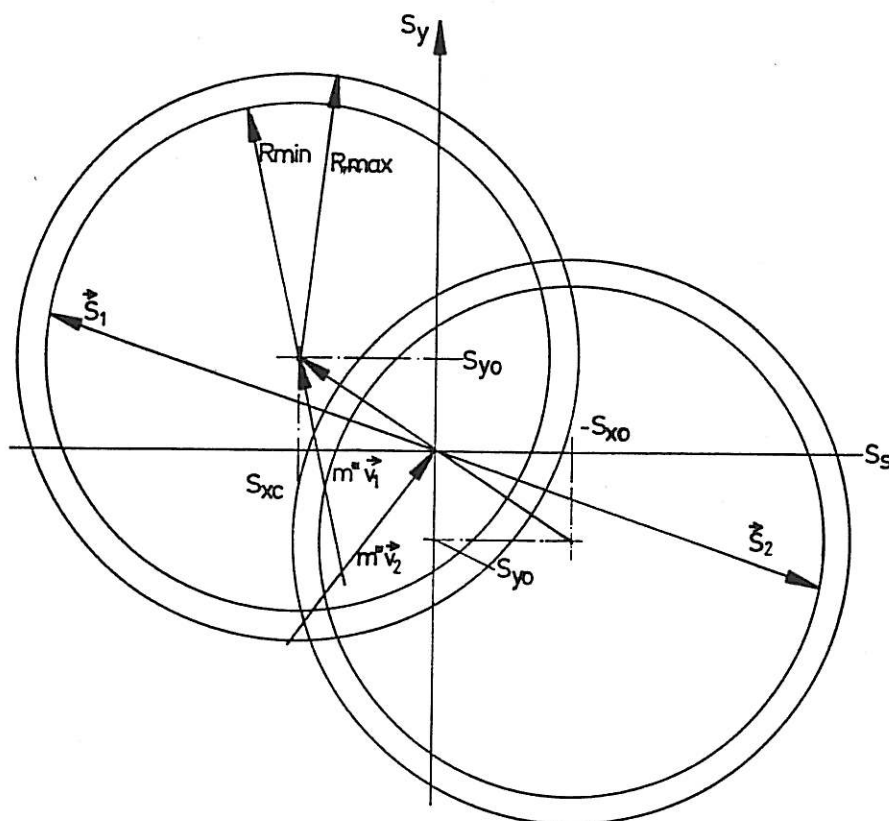


Bild 33 Doppel - Ring - Verfahren

6.3.1.6 Energie-Ring-Verfahren

Aus Gleichung (33) kann man ablesen, wie der Stoßimpuls von den Größen 'Änderung der kinetischen Energie' und 'Stoßkoeffizient' abhängt. Gleichzeitig besteht aber auch noch eine Abhängigkeit zwischen Stoßimpuls und den reduzierten Massen. Diese werden wiederum beeinflusst von der Richtung des Stoßimpulses:

$$S^2 = 2\Delta E \frac{1+k}{1-k} \frac{1}{\frac{1}{m^*} + \frac{r_1^2}{\theta_1} \sin^2[\gamma_1 - \varphi] + \frac{r_2^2}{\theta_2} \sin^2[\gamma_2 - \varphi]} \quad (95)$$

Nach weiteren Umformungen läßt sich zeigen, daß Gleichung (95) eine Ellipsengleichung ist.

In Teilbereichen kann die Ellipse aber hinreichend genau durch Kreissegmente beschrieben werden (Bild 34).

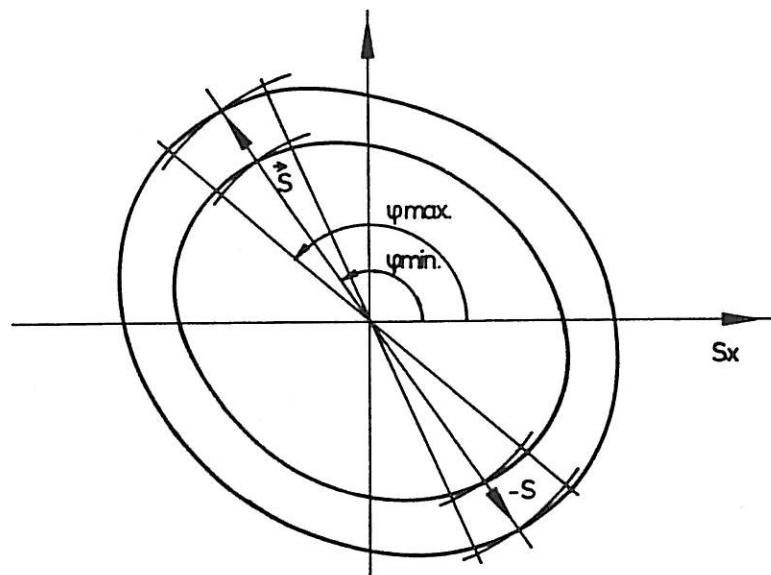


Bild 34: Energie - Ring - Verfahren

Wird das Ellipsensegment durch ein Kreissegment ersetzt, dann geht man davon aus, daß in dem Toleranzbereich die reduzierten Massen konstant bleiben.

6.3.1.7 Verknüpfung der Verfahren

Bei realen Verkehrsunfällen werden meistens nicht alle Daten überliefert, die für eine Rekonstruktion wünschenswert wären.

So kann es z.B. sein, daß nur die Endstellung von einem Fahrzeug festgehalten wurde oder lediglich für ein Fahrzeug Bildmaterial zum Beschädigungsumfang vorliegt.

Nur in den seltensten Fällen stehen dem Unfallanalytiker alle relevanten Daten zur Verfügung. Daher können in der Regel die bisher beschriebenen Verfahren nicht alle gleichzeitig auf einen konkreten Fall angewendet werden.

Charakteristisch für die Praxis ist die Arbeit mit Fragmenten.

Die systematische Zusammenstellung aller Gleichungen macht es aber möglich, die Berechnungsverfahren der Dokumentationslage des realen Falls anzupassen. In der Praxis geht man vor allem dann, wenn mit Rechenprogrammen gearbeitet wird, den umgekehrten Weg: man schneidet den Fall auf die Berechnungsverfahren zu. Diese Methode führt aber zwangsläufig zu nicht akzeptablen Ergebnissen.

Zur systematischen Darstellung der Verknüpfungsmöglichkeiten ist Tabelle 6 erstellt worden. Um eine Lösung zu erarbeiten, müssen mindestens zwei Gesetzmäßigkeiten verknüpft werden. Man sollte allerdings beachten: **Je mehr Verknüpfungen vorgenommen werden, desto besser ist das Ergebnis abgesichert.**

Bereits durch die Konstruktion und das Überlagern von zwei Verfahren erkennt man die Probleme, die bei der Erarbeitung der Lösung auftauchen: Schleifende Schnittpunkte sind kritischer zu bewerten als ein nahezu rechtwinkliger Schnittpunkt zweier Geraden.

Bei der Kombination unterschiedlicher Verfahren ist zu beachten:

- Die Kombination einiger Verfahren führt zwar zur Eingrenzung der Toleranzbreite, aber nicht zur Festlegung des Stoßimpulses nach Betrag und Richtung.
- Nur wenn die Lösungsbänder der einzelnen Verfahren sich überschneiden kann der Stoßimpuls nach Betrag und Richtung eingegrenzt werden.

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
① Impulsspiegel Verfahren I $\vec{S} = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_1$		x $\alpha_1 \neq \alpha_2$	x $\alpha_1 \neq \varphi + 90^\circ$	x $\alpha_1 \neq \gamma_\varphi$	x $\alpha_1 \neq \gamma_1$	x $\alpha_1 \neq \gamma_2$	x	x $\varphi + 90^\circ$
② Impulsspiegel - Verfahren II $S = -(m_1 v_1 - m_2 v_2)$			x	x $\alpha_2 \neq \gamma_\varphi$	x $\alpha_2 \neq \gamma_1$	x $\alpha_3 \neq \gamma_2$	x	x
③ Stoßimpulsbegren- zung $S = \int F dt$				x $\varphi \neq \gamma_\varphi + 90^\circ$	x $\varphi \neq \gamma_1 + 90^\circ$	x $\varphi \neq \gamma_2 + 90^\circ$		
④ Drehimpulsspie- gel - Verfahren					x $\gamma_\varphi \neq \gamma_1$	x $\gamma_\varphi \neq \gamma_2$	x	x
⑤ Drallspiegel - Verfahren I $\vec{r}_1 \times \vec{S} = \theta_1 \omega_1$						x $\gamma_1 \neq \gamma_2$	x	x
⑥ Drallspiegel - Verfahren II							x	x
⑦ Doppelring - Verfahren								
⑧ Energierung - Verfahren								

Tabelle 6

Tabelle 6: Möglichkeiten der Verknüpfung der einzelnen Verfahren

Kombiniert man z.B. das Energie-Ring-Verfahren mit dem Verfahren zur Stoßimpulsbegrenzung, dann kann es durch die Beschaffenheit der Gleichungen nicht zu einem Schnitt kommen, sondern nur zu einer Überdeckung, die die Toleranzbreite des Ergebnisses eingrenzt (Bild 35).

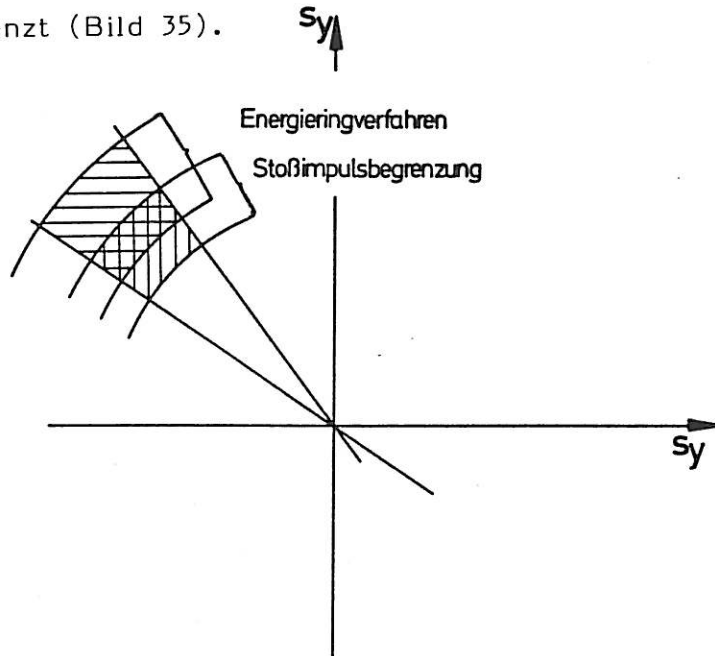


Bild 35:

Kombiniert man aber bei einer rechtwinkligen Kollision die beiden Gleichungen des Impuls-Spiegel-Verfahrens, dann erhält man ein eindeutiges Schnittfeld, aus dem man Betrag und Richtung des Stoßimpulses ablesen kann (Bild 36).

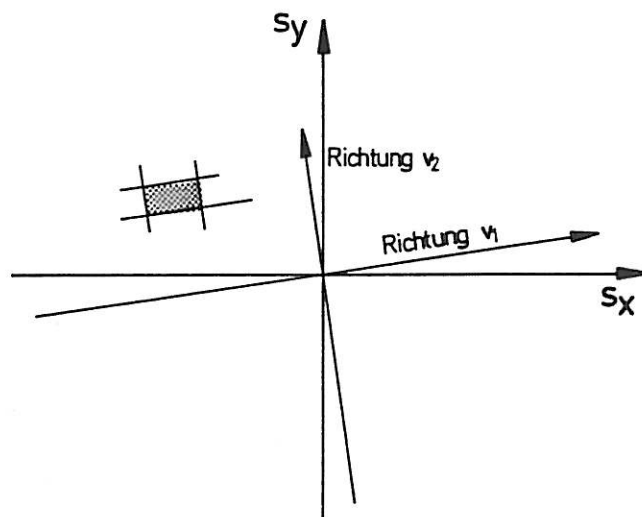


Bild 36:

Verknüpft man dieselben Gleichungen bei einem Gegenverkehrsunfall, kann man lediglich das Toleranzfeld eingrenzen (Bild 37).

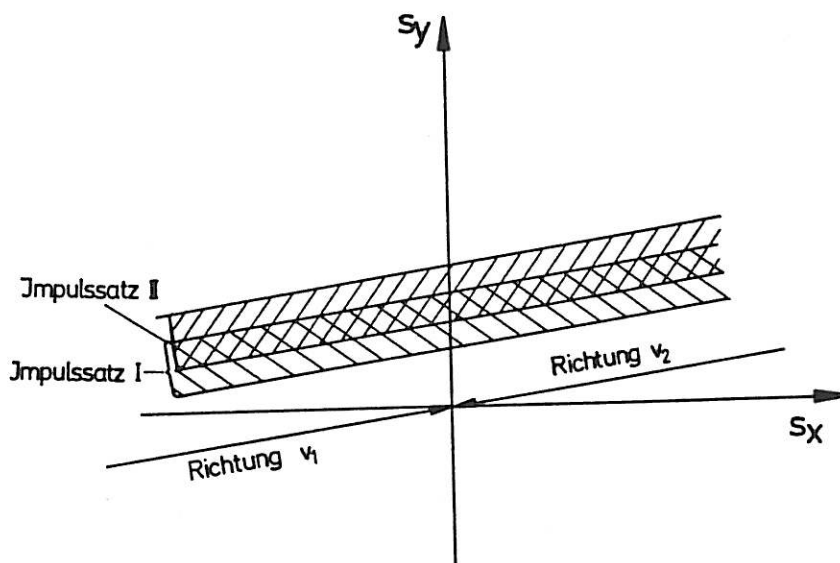


Bild 37

Um bei einem Gegenverkehrsunfall eine Lösung zu erhalten, muß man eine weitere Gleichung hinzuziehen, die einen deutlichen Schnitt bewirkt. Das kann z.B. durch Einsatz des Drall-Spiegel-Verfahrens geschehen (Bild 38).

Dieses Verfahren wurde Rhomboid-Schnitt-Verfahren genannt (Lit).

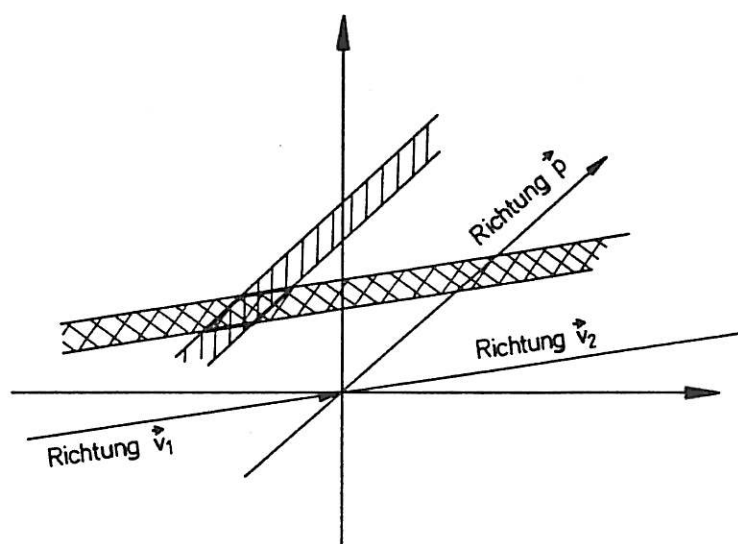


Bild 38

6.3.2 Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten

Wenn man die Kollisionsgeschwindigkeiten nach der Methode von SLIBAR oder dem EES-Verfahren bestimmen will, dann müssen die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge nach der Kollision nach Betrag und Richtung bekannt sein. Diese beiden Größen haben einen entscheidenden Einfluß auf das Endergebnis. Da aber aus der Überlieferung der Daten bei einem realen Verkehrsunfall gerade diese Größen nicht unkritisch übernommen werden können oder zum Teil gar nicht vorliegen, sollen im folgenden Möglichkeiten und Kontrollverfahren für die praktische Arbeit vorgestellt werden, die zu einer realitätsgerechten Lösung führen.

6.3.2.1 Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit durch Analyse der Auslaufbewegung.

Sind die Auslaufrichtung und der Betrag der Auslaufgeschwindigkeit mit den dazugehörigen Toleranzen bekannt, dann können die Auslaufimpulse auf den Einlaufimpuls gezeichnet werden (Bild 39).

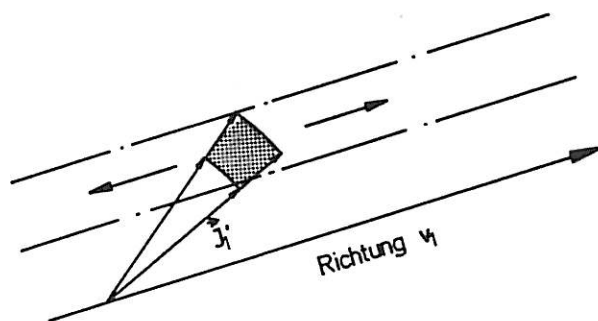


Bild 39

Es bildet sich ein 'Fächer'. Dieser muß parallel zum Einlaufimpuls verschoben werden, bis er sich mit dem Feld des Stoßimpulses überschneidet.

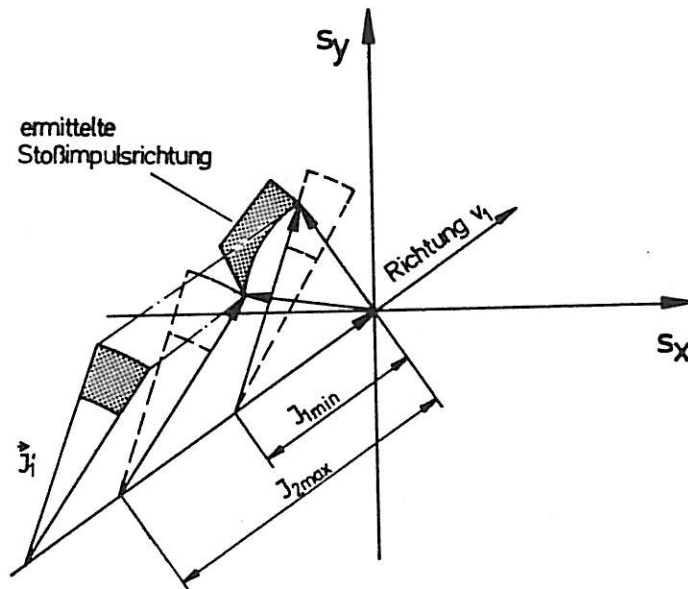


Bild 40:

Diese Konstruktion ist für die Einlaufrichtungen beider Fahrzeuge durchzuführen. Durch die Verschiebung erkennt man, daß der maximale Stoßimpuls kombiniert mit dem maximalen Einlaufimpuls nicht unbedingt zur oberen Grenze der Kollisionsgeschwindigkeit führt.

Aus Bild 40 geht aber auch hervor, daß zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit der Auslaufimpuls nicht unbedingt nach Betrag und Richtung bekannt sein muß. Wenn man das Stoßimpulsfeld ermittelt hat, dann reicht es aus, den Auslaufimpuls entweder dem Betrage oder der Richtung nach zu kennen.

6.3.2.2 Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten über eine Kontrollgleichung

Durch Gleichung (31) ist die Abhängigkeit der Differenzgeschwindigkeit vor dem Stoß vom Stoßimpuls bekannt. Wenn man davon ausgehen kann, daß die Winkelgeschwindigkeiten vor der Kollision gleich Null sind, dann gilt Gleichung (96):

$$|S| = \overline{m^*} [1 + k] |v_{1i} - v_{2i}| \quad (96)$$

Zur Bestimmung der Differenzgeschwindigkeit ($v_{1i} - v_{2i}$) ist ein mittlerer Stoßimpuls zu wählen (Bild 41).

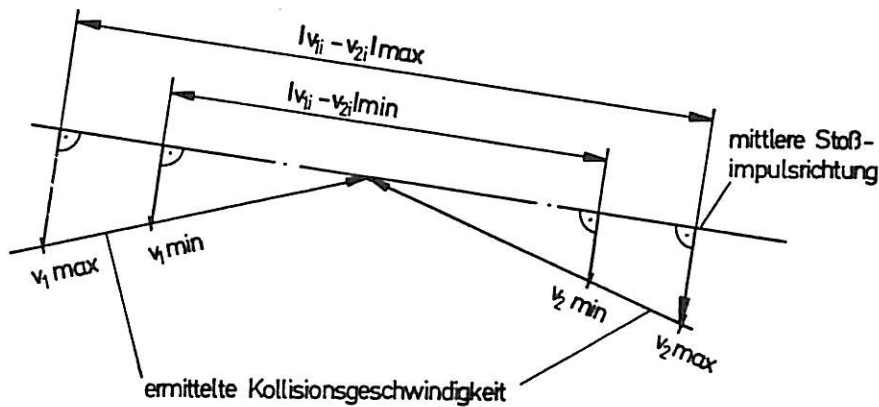


Bild 41

Gleichung (96) erlaubt entweder eine Kontrolle der Endergebnisse oder die direkte Bestimmung einer Kollisionsgeschwindigkeit, wenn die andere bekannt ist.

Wird Gleichung (96) als Kontrollgleichung zur Berechnung des Stoßkoeffizienten herangezogen, dann erhält man Gleichung (97):

$$k = \frac{S}{\overline{m^*} [v_{1i} - v_{2i}]} - 1 \quad (97)$$

Der aus Gleichung (97) zu errechnende Stoßkoeffizient muß für den konkreten Fall zumindest der Größenordnung nach in Bild 5 einzuordnen sein.

Wurde das Stoßimpulsfeld z.B. mit Hilfe des Energie-Ring-Verfahrens ermittelt, dann muß der dafür zugrunde gelegte Stoßkoeffizient mit dem Stoßkoeffizienten übereinstimmen, der aus Gleichung (97) folgt.

7 Aufbereitung der Grunddaten

Die Vielfalt der möglichen Kollisionsvorgänge zwischen den Fahrzeugen erfordert eine Aufbereitung der Kollisionsmechanik mit dem Ziel, für die verschiedenen Unfalltypen speziellen Ansätze zu entwickeln.

Der Unfalltyp darf nicht den Verfahren der Kollisionsmechanik angepaßt werden; diese sind vielmehr so weiter zu entwickeln, daß sie den speziellen Belangen des einzelnen Falls gerecht werden.

Zwischen kollisionsmechanischen Verfahren und Eingangsdaten besteht eine Wechselwirkung.

Optimal ist es, wenn man aus den Gegebenheiten einen Kollisionstyp festlegen kann. Auf diesen Kollisionstyp muß dann ein geeignetes kollisionsmechanisches Verfahren angewendet werden. Für die Anwendung des Verfahrens sind verfahrensspezifische Daten erforderlich; diese müssen festgelegt werden.

Der optimale Weg kann aber auch in eine Sackgasse führen, z.B. wenn ein Pkw gegen eine Wand fährt. In diesem Fall kann nur der Energieerhaltungssatz eingesetzt werden. Erlauben die überlieferten Daten keine Bestimmung der Formänderungsenergie, dann ist es nicht möglich, eine Lösung zu erarbeiten.

Der umgekehrte Weg besteht darin, ein Verfahren auszusuchen, das zu den überlieferten Daten paßt. Es muß jetzt geprüft werden, ob das Verfahren auf den speziellen Kollisionstyp angewendet werden kann.

Ein Beispiel ist der Gegenverkehrsunfall. Können bei diesem Unfalltyp nur die Auslaufgeschwindigkeiten bestimmt werden, dann müßte der Impulssatz für die Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten herangezogen werden, wenn man vom Überlieferungsstand der Daten ausgeht. Der Impulssatz allein reicht aber nicht zur Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeiten aus, da auch die kleinsten Veränderungen der Eingangsdaten die Bandbreite der möglichen Kollisionsgeschwindigkeiten so stark vergrößert, daß ein genaues Ergebnis nicht angegeben werden kann.

Der optimale Weg führte bei einem Wandaufprall nicht zu einem Ergebnis, wenn die Formänderungsenergie nicht bestimmt werden konnte. Bei einem stark exzentrischen Wandaufprall (20% Überdeckung) ist man aber in der Lage, über den umgekehrten Weg, ein Ergebnis zu ermitteln: man kann nämlich bei fehlender Information über die Energieumwandlung den Drallsatz zur Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten heranziehen.

Aufgrund ihrer Vielfalt und Flexibilität erlauben die vorgestellten Verfahren schon in einem frühen Stadium der Ausarbeitung die Beurteilung, welche Daten für die Analyse relevant sind und wie genau sie bestimmt werden müssen, um ein hinreichend exaktes Ergebnis zu bekommen.

Neben der Auswahl eines geeigneten kollisionsmechanischen Verfahrens haben die Eingangsdaten einen entscheidenden Einfluß auf das Endergebnis. Darum werden nun einige Anmerkungen zur Aufbereitung der Eingangsdaten gemacht.

Bei der Verarbeitung der Eingangsdaten sind folgende Bereiche zu unterscheiden:

- Kontaktphase (Kollisionsphase)
- Einlaufphase
- Auslaufphase
- spezifische Fahrzeugdaten

7.1 Daten zur Kollisionsphase

Es ist bekannt, daß die Kollision nur in einem endlichen Zeitraum abläuft, der Kontaktphase:

Dieser Zeitraum hat zwei Grenzsituationen:

- Erstberührung und
- Trennung.

Während der Kontaktphase wirken äußere Kräfte auf die Kollisionspartner ein. In der Theorie der Kollisionsmechanik blieb deren Einfluß bisher unberücksichtigt.

Das macht im Prinzip eine Korrektur notwendig:

Die Wirkung der äußeren Kräfte ist aber relativ gering. Deshalb können die in den vorherigen Kapiteln angeführten Gesetzmäßigkeiten beibehalten werden; die Eingabedaten sind aber zu korrigieren.

Beispiel:

Fahrzeug 1 fährt auf das stehende Fahrzeug 2 auf. Die Fahrzeugmassen sind gleich. Während der Stoßdauer werden zwischen den Fahrzeugen Kräfte übertragen, die der Verzögerung a entsprechen. Außerdem verzögern Reifenkräfte das Fahrzeug 2 (Verzögerung b).

Im Bild 44 ist der Geschwindigkeitsverlauf über der Zeit aufgetragen, und zwar mit und ohne Einfluß von Reifenkräften.

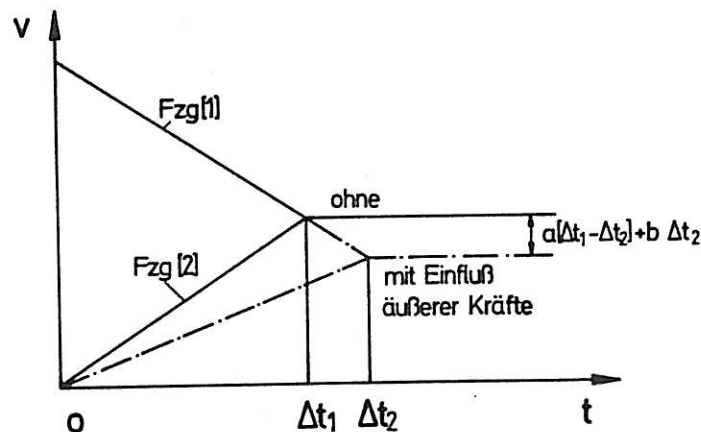


Bild 42

Wirken keine äußeren Kräfte, so ist die gemeinsame Stoßausgangsgeschwindigkeit gerade so groß wie die halbe Kollisionsgeschwindigkeit. Unter dem Einfluß von Reifenkräften verlängert sich die Stoßdauer, und die gemeinsame Stoßausgangsgeschwindigkeit wird kleiner. Die Differenz läßt sich angeben, wenn man die zusätzlichen Verzögerungen während der Stoßdauer berücksichtigt.

Daraus folgt: Die Geschwindigkeiten, Winkelgeschwindigkeiten und Richtungsänderungen aus der Auslaufanalyse beziehen sich auf die Position am Kontaktende. Diese Daten müssen über die Dauer des Kontaktes korrigiert werden; erst dann können sie in die Kollisionsmechanik einfließen.

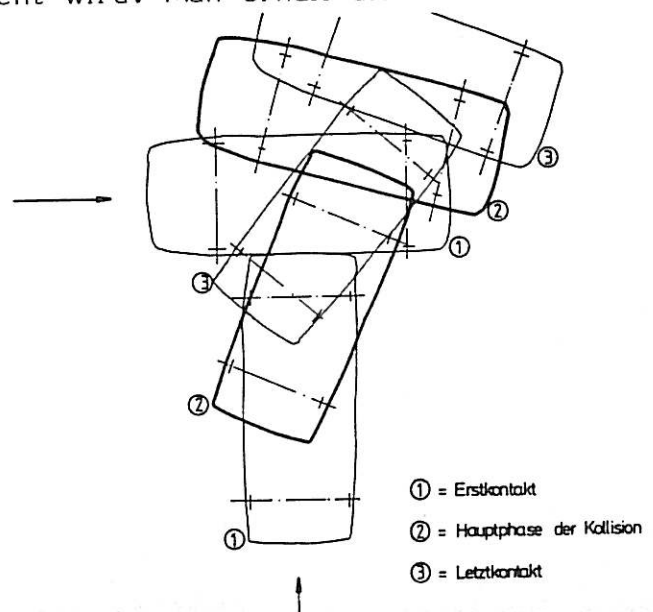
In der Praxis ist der Einfluß gering; dieses Ergebnis wird durch eine Reihe von Versuchen gestützt. Die äußeren Kräfte vergrößern lediglich die Toleranzen des Endergebnisses.

Außerdem wird für die Anwendung der kollisionsmechanischen Verfahren der Kontaktpunkt benötigt.

Dieser liegt im Bereich der Schadenszonen. Die Lage des Kontaktpunkts hängt davon ab, wie der Karrosseriekörper im Bereich der Kontaktzone konstruktiv aufgebaut ist und wie sich die Fahrzeuge während der Kontaktphase bewegen.

Fließt der Kontaktpunkt in die kollisionsmechanische Betrachtung ein, dann benötigt man also erstens dessen Lage innerhalb der Schadenszone, zweitens die Konstellation der Fahrzeugschwerpunkte in bezug auf den Kontaktpunkt.

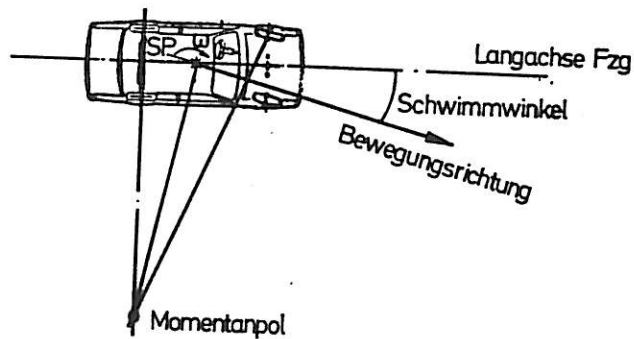
Um den Kontaktpunkt festzulegen, muß man über die Beschädigungszonen integrieren. Zur Bestimmung der korrespondierenden Lage der Fahrzeugschwerpunkte muß man eine Integration über die Schwerpunktbewegung während der Kontaktphase vornehmen. Das führt zu einer Konstellation, die den zugrunde gelegten kollisionsmechanischen Verfahren gerecht wird. Man erhält die 'relevante Kollisionsposition' (Bild 45):



7.2 Einlaufphase

Grundsätzlich ist die Einlaufphase unproblematisch. Die zum Kollisionsort führenden Blockierspuren geben vor, wie die Einlaufrichtung am günstigsten festzulegen ist.

Zu beachten ist allerdings, daß die Lage des Einlaufimpulses sich nicht mit der Längsachse des Fahrzeugs deckt, wenn ein Fahrzeug während einer Kurvenfahrt in die Kollisionsposition gelangt (Bild 46).



Bild

Da bei jeder Kurvenfahrt eine Winkelgeschwindigkeit überlagert ist (Bild 46), müßte diese strenggenommen bei der Festlegung des Einlaufimpulses berücksichtigt werden.

7.3 Auslaufphase

Aus der Analyse der Auslaufbewegung der Fahrzeuge kann man für die Kollisionsmechanik folgende Daten gewinnen:

- den Betrag der Geschwindigkeit nach der Kollision
- die Richtung der Geschwindigkeit nach der Kollision
- die Winkelgeschwindigkeit
- den Momentanpol

Wenn man den Momentanpol kennt, kann man die Geschwindigkeit nach der Kollision direkt mit der Winkelgeschwindigkeit verknüpfen. Außerdem ist man in der Lage, über den Momentanpol das Verhältnis a/i zu berechnen.

Die betragsmäßige Bestimmung der Stoßausgangsgeschwindigkeiten und der Winkelgeschwindigkeiten ist in der einschlägigen Literatur für den ebenen Auslaufvorgang hinreichend beschrieben (Lit). Vertikalbewegungen, bei denen die Fahrzeuge sich anheben, werden aber nicht berücksichtigt. Die Schwerpunktsanhebungen werden relevant, wenn man eine Kollision dreidimensional betrachtet. In diesem Fall sind Kollisionsmechanik und Auslaufanalyse direkt verbunden. Bis heute gibt es aber keine Arbeiten, die diese Problematik erfassen.

7.4 Fahrzeugdaten

Für die Anwendung der kollisionsmechanischen Verfahren müssen die Fahrzeugmasse, die Lage des Schwerpunkts und der Trägheitsradius bekannt sein.

Die Festlegung dieser Daten wird in den meisten Fällen für unproblematisch gehalten. Im Detail können aber Schwierigkeiten auftreten.

Wie MITSCHKE dargelegt hat, müssen die Werksangaben nicht auf jedes einzelne Fahrzeug zutreffen. Sonderausstattungen werden nur selten erfaßt.

In der Kollisionsmechanik wird die Fahrzeugmasse problematisch, wenn das Verhalten der Zuladung nicht genau eingeschätzt werden kann. Die Zuladung ist mit dem Fahrzeug nicht fest verbunden; sie ist daher in anderer Weise an der Kollision beteiligt als der Fahrzeugkörper.

Wenn man das EES-Verfahren in diesem Fall einsetzen will, wird es schwierig, die richtige Fahrzeugmasse festzulegen (Lit). In den Rechenprogrammen bezieht sich die EES auf die Masse, die am Unfall beteiligt ist; abgeleitet wird sie aber von Versuchsfahrzeugen, die u.U. andere Fahrzeugmassen haben (Lit).

Aus diesem Grunde scheint es geeigneter zu sein, die Fahrzeugbeschädigungen einer Energieänderung und nicht einer energieäquivalenten Geschwindigkeit (EES) zuzuordnen.

Durch die Kollision ändert sich die Fahrzeugmasse selbst nicht, aber die Lage des Fahrzeugschwerpunkts und das Massenträgheitsmoment.

Auf dieser Tatsache kann aber im Augenblick noch nicht näher eingegangen werden, da es keine Untersuchungen gibt, die eine Anhängigkeit zwischen Fahrzeugbeschädigung und Lageänderung des Schwerpunkts bzw. Änderung des Massenträgheitsmoments herstellen.

8 Zusammenfassung

9 Literatur